CITATION FOR AN ARTICLE
Maksudov D.V. Application of numerical methods for modeling the operation of an ozonator // Vestnik of Tver State Technical University. Series «Building. Electrical engineering and chemical technology». 2024. No. 1 (21), pp. 38–45.

УДК 537.21

ПОЛНЫЙ УЧЕТ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ЗАРЯЖЕННЫХ СФЕР

И.П. Попов
Курганский государственный университет (г. Курган)

Аннотация. Рассмотрено электростатическое поле, созданное системой двух одноименных или разноименных зарядов. Расчеты выполнены для зарядов, расположенных на сферических непроводящих поверхностях, при этом полученные результаты могут обобщаться на любые формы заряженных объектов. Цель исследования – повышение корректности электростатических расчетов, исключающей возможность получения недостоверных результатов в виде бесконечно большой энергии. Применены методы электростатики. Энергия поля определена двумя способами: через плотность энергии и интегрирование по объему, занимаемому полем, и путем вычисления работы при гипотетическом перемещении заряженных объектов. Даны три определения различных видов электростатической энергии. Получены формулы для соответствующих энергий при различных комбинациях зарядов.

Ключевые слова: полная, условная реализуемая, нереализуемая, запасаемая энергия; одноименные, разноименные заряды.

DOI: 10.46573/2658-7459-2024-1-45-56

ВВЕДЕНИЕ

Потенциальная электростатическая энергия электрических зарядов определяется по формуле [1–3]:

$$U = \pm \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}.$$

При $r \to 0$ энергия стремится к бесконечности, что неприемлемо. Рассуждения о невозможности достижения $r = 0$ в связи с конечными размерами заряженных объектов непродуктивны, поскольку считается, что, например, электроны и позитроны не имеют размера.

Цель исследования – повышение корректности электростатических расчетов, исключающей возможность получения недостоверных результатов в виде бесконечно большой энергии.

Актуальность работы обусловлена значительным повышением роли электростатической энергии в связи с началом массового производства ионисторов и вытекающей отсюда необходимостью развития теоретического обеспечения.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Понятие о запасаемой энергии

Определение 1. Полная запасаемая энергия W_e – это энергия системы или объекта, равная максимальной работе, которую система или объект могут совершить.

Замечание 1. Система или объект с нулевой полной запасаемой энергией не могут совершить никакой работы.

Замечание 2. Система из двух разноименно заряженных сфер имеет нулевую полную запасаемую электростатическую энергию при совмещении их центров. Последнее возможно, если сферы являются взаимно проникающими, например несплошными. Кроме того, заряды не должны перемещаться по поверхностям сфер.

Замечание 3. Система из двух одноименно заряженных сфер имеет нулевую полную запасаемую электростатическую энергию при бесконечно большом расстоянии между сферами.

Потенциальная энергия пружины, энергия конденсатора, энергия соленоида, энергия покоя находятся соответственно по формулам:

$$\Pi = \frac{k\left(\Delta l\right)^2}{2}, \quad W_C = \frac{CU^2}{2}; \quad W_L = \frac{LI^2}{2}, \quad E_0 = mc^2. \tag{1}$$

Эти и другие виды энергии удовлетворяют определению 1.

Определение 2. *Реализуемая* запасаемая энергия W_r – это часть полной запасаемой энергии системы или объекта, равная работе, которую система или объект *могут* совершить при наличии непреодолимого препятствия.

Определение 3. *Нереализуемая* запасаемая энергия W_n – это часть полной запасаемой энергии системы или объекта, равная работе, которую система или объект *не могут* совершить при наличии непреодолимого препятствия.

Из определений 1–3 следует, что

$$W_r + W_n = W_e. \tag{2}$$

Потенциальная гравитационная энергия тела, находящегося на высоте h над поверхностью Земли, находится из выражения

$$\Pi = mgh,$$

удовлетворяет определению 2 [4–7].

Потенциальная электростатическая энергия одноименных зарядов

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\pm}}{r}$$

удовлетворяет определению 1.

Потенциальная электростатическая энергия разноименных зарядов

$$U = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r}$$

не удовлетворяет обоим определениям, поскольку такая работа не может быть совершена самой системой.

Теорема 1. Запасаемая энергия всегда положительна.

Доказательство. Совершаемая системой работа равна уменьшению энергии системы (не обязательно потенциальной).

$A = W_1 - W_2$.

$W_1 > W_2 \Rightarrow W_1 - W_2 > W_2 - W_2 \Rightarrow A = W > 0$.

Теорема доказана.

Пусть далее $r \geq r_1 + r_2$, $r_2 \geq r_1$.

Разноименные заряды

Теорема 2. Реализуемая запасаемая электростатическая энергия двух взаимно не проникающих разноименно заряженных сфер рассчитывается по формуле

$$W_r = \frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r-(r_1+r_2)}{r(r_1+r_2)},$$

где r – расстояние между центрами сфер; r_1, r_2 – радиусы сфер.

Доказательство. Поскольку сферы взаимно не проникающие, наибольшая работа, которую система может совершить, – это сближение сфер до соприкосновения, т.е. до расстояния между центрами, равного $r_1 + r_2$:

$$W_r = A_c = \Pi_1 - \Pi_2 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r} - \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r_1+r_2}\right) =$$

$$= \frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1+r_2} - \frac{1}{r}\right) = \frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r-(r_1+r_2)}{r(r_1+r_2)}.$$

Теорема доказана.

Следствие 2.1. При $r = r_1 + r_2$ (т.е. при соприкосновении сфер) реализуемая запасаемая электростатическая энергия равна нулю.

Теорема 3. Полная запасаемая электростатическая энергия двух разноименно заряженных сфер

$$W_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r_2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r}. \quad (3)$$

Доказательство. Работа, совершаемая электростатическими силами при соединении бесконечно удаленных одноименно заряженных частиц в однородную сферу радиуса r_1 (и r_2), по абсолютной величине равна энергии электростатического поля сферы:

$$-A_1 = W_1 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{r_1}; \qquad (4)$$

$$-A_2 = W_2 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q_2^2}{r_2}. \qquad (5)$$

Знак «–» указывает на возрастание запасаемой энергии. Иными словами, работу совершают сторонние силы.

Работа, совершаемая электростатическими силами при соединении сфер из бесконечности до расстояния r между ними, вычисляется по формуле

$$A_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r}.$$

Энергия поля системы из двух сфер, центры которых совмещены, состоит из двух частей.

Энергия поля во внешнем пространстве по отношению к сфере радиуса r_2 имеет вид

$$W_{2-\infty} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{(q_2 - q_1)^2}{r_2}. \qquad (6)$$

Дифференциал энергии поля в пространстве между сферами определяется как

$$dW_{1-2} = \frac{D^2}{2\varepsilon_0}dV = \frac{1}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{4\pi}\frac{q_1}{r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{r^2}dr,$$

где D – электрическое смещение; dV – элементарный объем.

Энергия в пространстве между сферами

$$W_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} dW_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{r^2}dr = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{r}\Bigg|_{r_1}^{r_2} = \frac{q_1^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Энергия поля системы из двух сфер, центры которых совмещены, находится как

$$W_0 = -A_0 = W_{1-2} + W_{2-\infty} = \frac{q_1^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{(q_2 - q_1)^2}{r_2} =$$
$$= \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^2}{r_1} - \frac{q_1^2}{r_2} + \frac{q_2^2}{r_2} - \frac{2q_1q_2}{r_2} + \frac{q_1^2}{r_2}\right) = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^2}{r_1} + \frac{q_2^2}{r_2} - \frac{2q_1q_2}{r_2}\right).$$

Замечание 4. Пусть $r_2 = \alpha r_1$, $q_2 = \beta q_1$, тогда

$$W_0 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^2}{r_1} + \frac{\beta^2 q_1^2}{\alpha r_1} - \frac{2\beta q_1^2}{\alpha r_1}\right);$$

$$\frac{q_1^2}{r_1} + \frac{\beta^2 q_1^2}{\alpha r_1} - \frac{2\beta q_1^2}{\alpha r_1} = 0;$$

$$\beta^2 - 2\beta + \alpha = 0;$$

$$\beta = 1 \pm \sqrt{1-\alpha}.$$

Это решение показывает, что $W_0 \geq 0$, причем $W_0 = 0$ при $\alpha = \beta = 1$.

Замечание 5. При $r_1 = r_2$

$$W_0 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^2}{r_1} + \frac{q_2^2}{r_1} - \frac{2q_1q_2}{r_1}\right) = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{\left(q_2 - q_1\right)^2}{r_1},$$

что согласуется с формулами (4)–(6).

Замечание 6. При $r_1 = r_2$, $q_1 = q_2$

$$W_0 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{\left(q_1 - q_1\right)^2}{r_1} = 0.$$

Замечание 7. При $q_1 = q_2$

$$W_0 = W_{1-2} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Замечание 8. При $r_1 = r_2$, $q_1 = q_2$

$$A_{\infty 0} = 2W_1 - W_0 = 2W_1. \tag{7}$$

Очевидно, что искомая полная запасаемая электростатическая энергия определяется как следующая разность:

$$W_e = A_e = A_0 - A_1 - A_2 - A_r =$$

$$= -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^2}{r_1} + \frac{q_2^2}{r_2} - \frac{2q_1q_2}{r_2}\right) + \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{r_1} + \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q_2^2}{r_2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r} = \frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r}\right).$$

Теорема доказана.

Следствие 3.1. При $r = \infty$

$$W_{e\infty} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r_2}. \tag{8}$$

Следствие 3.2. При $r = r_1 + r_2$ (т.е. при соприкосновении сфер) полная запасаемая электростатическая энергия двух разноименно заряженных сфер равна нереализуемой запасаемой электростатической энергии:

$$W_{e1-2} = W_{n1-2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r_2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r_1 + r_2}. \tag{9}$$

Следствие 3.3.

$$W_e - W_{e1-2} = W_r.$$

Действительно,

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r_2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r_2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r_1 + r_2} =$$
$$= \frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r - (r_1 + r_2)}{r(r_1 + r_2)}.$$

Следствие 3.4. При $r_1 = r_2$, $r = 2r_1$

$$W_{e1-1} = W_{n1-1} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{2r_1} = 0,5\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_1}. \tag{10}$$

Следствие 3.5. При $r_1 = r_2$, $r = \infty$

$$W_{e\infty} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r_1}. \tag{11}$$

Следствие 3.6. При $r_1 = r_2$, $r = \infty, q_1 = q_2$

$$W_{e\infty} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_1}{r_1} = 2\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{r_1} = 2E_1. \tag{12}$$

Эта энергия равна работе, совершаемой электростатическими силами при сближении двух идентичных разноименно заряженных сфер из бесконечности до нулевого расстояния между их центрами.

При бесконечном расстоянии между зарядами полная запасаемая электростатическая энергия двух разноименно заряженных сфер максимальна, в отличие от потенциальной энергии, которая бездоказательно принимается равной нулю.

Следствие 3.7. При $r = 0$

$$W_{e0} = 0,$$

в отличие от потенциальной энергии, которая принимает бесконечно большое значение, что не имеет смысла и прямо указывает на некорректность формулы.

Следствие 3.8.

$$A_{\infty 1-1} = W_{e\infty} - W_{n1-1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r_1} - 0,5\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r_1} = 0,5\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r_1}. \tag{13}$$

Следствие 3.9. При $r_1 = r_2$, $q_1 = q_2$

$$A_{\infty 1-1} = W_1. \tag{14}$$

Одноименные заряды

Теорема 4. Полная запасаемая электростатическая энергия двух одноименно заряженных разделенных сфер вычисляется как

$$W_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\pm}}{r} \tag{15}$$

и совпадает с потенциальной энергией одноименных зарядов вне пространства шаров.

Доказательство тривиально.

Следствие 4.1. При $r = r_1 + r_2$ (т.е. при соприкосновении сфер) полная запасаемая электростатическая энергия двух одноименно заряженных сфер находится из уравнения

$$W_{e1-2} = W_{r1-2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\pm}}{r_1 + r_2}.$$

Следствие 4.2. При $r_1 = r_2$

$$W_{e1-1} = W_{r1-1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_1 + r_1} = 0,5\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_1}.$$

(Совпадает с формулой (13).)

Следствие 4.3. При $r_1 = r_2$, $q_1 = q_2$

$$W_{e1-1} = W_{r1-1} = W_1.$$

(Совпадает с формулой (14).)

Теорема 5. Полная запасаемая электростатическая энергия двух одноименно заряженных сфер при нулевом расстоянии между их центрами определяется по формуле

$$W_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\pm}}{r_2}. \quad (16)$$

(Совпадает с формулой (8).)

Доказательство. Применительно к рассматриваемому случаю аналоги выражений, полученных при доказательстве теоремы 3, принимают вид:

$$W_{2-\infty} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{(q_2+q_1)^2}{r_2};$$

$$W_0 = -A_0 = W_{1-2} + W_{2-\infty} = \frac{q_1^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{(q_2+q_1)^2}{r_2} =$$
$$= \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^2}{r_1} - \frac{q_1^2}{r_2} + \frac{q_2^2}{r_2} + \frac{2q_1q_2}{r_2} + \frac{q_1^2}{r_2}\right) = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^2}{r_1} + \frac{q_2^2}{r_2} + \frac{2q_1q_2}{r_2}\right).$$

Замечание 9. $W_0 > 0$.

Замечание 10. При $r_1 = r_2$

$$W_0 = -A_0 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^2}{r_1} + \frac{q_2^2}{r_1} + \frac{2q_1q_2}{r_1}\right) = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{(q_1+q_2)^2}{r_1},$$

что согласуется с (4)–(6).

Замечание 11. При $r_1 = r_2$, $q_1 = q_2$

$$W_0 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{(q_1+q_1)^2}{r_1} = 4\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{r_1} = 4W_1.$$

Замечание 12. При $r_1 = r_2$, $q_1 = q_2$

$$A_{0\infty} = W_0 - 2W_1 = 2W_1.$$

(Совпадает с формулой (7).)

Очевидно, что искомая полная запасаемая электростатическая энергия двух одноименно заряженных сфер при нулевом расстоянии между их центрами определяется как разность:

$$W_e = W_0 - W_1 - W_2 =$$

$$=\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^2}{r_1}+\frac{q_2^2}{r_2}+\frac{2q_1q_2}{r_2}\right)-\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{r_1}-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2^2}{r_2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_2}.$$

Теорема доказана.

Следствие 5.1. При $r_1 = r_2$, $q_1 = q_2$

$$W_e=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_1}{r_1}=2\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{r_1}=2W_1.$$

(Совпадает с формулой (12).)

Эта энергия равна работе, совершаемой электростатическими силами при удалении двух идентичных одноименно заряженных сфер от нулевого расстояния между их центрами до бесконечности.

При нулевом расстоянии между центрами зарядов полная запасаемая электростатическая энергия двух одноименно заряженных сфер максимальна, но конечна, в отличие от потенциальной энергии, которая принимает бесконечно большое значение.

Следствие 5.2. Нереализуемая запасаемая энергия двух разноименно заряженных сфер вычисляется по формуле

$$W_{n1-2}=W_e-W_{r1-2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_2}-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_1+r_2}.$$

(Совпадает с формулой (11)).

Следствие 5.3. При $r_1 = r_2$, $r = 2r_1$

$$W_{n1-1}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_1}-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_1+r_1}=0,5\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_1}.$$

(Совпадает с формулой (10)).

Любая комбинация зарядов

Теорема 6. Энергия поля системы из двух заряженных сфер, одна из которых полностью находится внутри другой, есть величина постоянная (не зависит от местоположения внутренней сферы).

Доказательство. Внутри внешней сферы напряженность поля, созданного ее зарядами, равна нулю. Следовательно, сила взаимодействия между сферами равна нулю. Поэтому работа по любому перемещению внутренней сферы во внутреннем пространстве внешней сферы равна нулю. Соответственно, равно нулю изменение энергии поля системы из двух сфер.

Теорема доказана.

Следствие 6.1. Энергия поля системы из двух заряженных сфер при расстоянии между их центрами, равном $r_2 - r_1$, такая же, как при совмещении центров.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Энергетика разноименных зарядов имеет различие и сходство с энергетикой одноименных зарядов.

Минимальная энергия поля одноименных идентичных зарядов равна максимальной энергии поля разноименных зарядов:

$$W_{\infty\pm\pm} = W_{\infty\pm\mp} = 2W_1 .$$

Максимальная энергия поля одноименных идентичных зарядов вдвое превышает максимальную энергию поля разноименных зарядов:

$$W_{0\pm\pm} = 2W_{\infty\pm\mp} = 4W_1 .$$

В то же время работа электростатического поля по сближению разноименных идентичных зарядов из бесконечности до совмещения их центров равна работе поля по противоположному разнесению одноименных зарядов:

$$A_{\infty\pm\mp} = A_{0\pm\pm} = 2W_1 .$$

Для одноименных зарядов вне их внутреннего пространства полная запасаемая электростатическая энергия совпадает с потенциальной энергией.

Однако полная запасаемая электростатическая энергия при совмещении центров одноименно заряженных сфер вдвое превышает потенциальную энергию соприкасающихся сфер:

$$\frac{W_{0e}}{W_{e1-1}} = \frac{2W_1}{W_1} = 2 .$$

Строго говоря, под потенциальной энергией понимают величину

$$\Pi = C - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{r} ,$$

где C – аддитивная постоянная, которая принята равной нулю, что оправдано для одноименных зарядов и совершенно бездоказательно обобщено на разноименные заряды, что не дает представления о запасенной энергии в системе разноименных зарядов.

Если теперь уже не бездоказательно для разноименных зарядов принять

$$C = \frac{q_{1\pm}q_{2\mp}}{4\pi\varepsilon_0 r_2} , \tag{17}$$

то потенциальная энергия разноименных зарядов превратится в полную запасаемую электростатическую энергиию (3), что поднимет ее смысловой статус до уровня выражений (1), (15) и (16).

Аддитивная постоянная (17) представляет собой полную запасаемую электростатическую энергию двух одноименно заряженных сфер при нулевом расстоянии между их центрами (16).

Полученное выражение для полной запасаемой электростатической энергии разноименных зарядов может использоваться в качестве формулы для их потенциальной энергии.

Главным недостатком существующей формулы потенциальной энергии является бесконечно большое возрастание энергии при $r \to 0$. Этого недостатка лишены полученные выражения для запасаемой электростатической энергии.

Представленные результаты могут быть полезны при построении математических моделей электростатических явлений [8–10], роль которых особенно возрастает в связи со стремительным развитием силовых электростатических приборов, в том числе ионисторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов И.П. Постоянная интегрирования энергии электростатического поля // *Вестник Псковского государственного университета. Серия: Естественные и физико-математические науки*. 2021. Вып. 17. С. 108–120.
2. Попов И.П. О некоторых расчетах энергии электростатического поля // *Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах*. 2020. Т. 8. № 1. С. 2–9.
3. Попов И.П. Энергия электростатического поля заряженных непроводящих шаров // *Вестник Таганрогского института им. А.П. Чехова*. *Физико-математические и естественные науки*. 2021. № 2. С. 27–35.
4. Попов И.П. Полный учет энергии гравитационного поля в космологии и баллистике космических аппаратов // *Инженерная физика*. 2023. № 8. С. 24–28.
5. Попов И.П. Аддитивная постоянная энергии гравитационного взаимодействия // *Труды МАИ*. 2023. № 130.
6. Попов И.П. Аддитивная постоянная энергии гравитационного поля // *Вестник Таганрогского института им. А.П. Чехова. Физико-математические и естественные науки*. 2023. № 2. С. 42–46.
7. Попов И.П. Потенциальная и запасаемая гравитационная энергия // *Вестник Новороссийского филиала Белгородского государственного технологического университета имени В.Г. Шухова. Серия: Механика и математика*. 2023. Т. 3. № 1 (9). С. 4–9.
8. Попов И.П. Размер электрона с учетом спина // *Инженерная физика*. 2016. № 9. С. 45–46.
9. Попов И.П. О конечности размера электрона // *Вестник Курганского государственного университета. Серия: Естественные науки*. Вып. 10. 2017. № 4 (47). С. 95–97.
10. Попов И. П. Применение методов классической механики к электрическим зарядам // *Труды МАИ*. 2021. № 119.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ПОПОВ Игорь Павлович – старший преподаватель кафедры технологии машиностроения, металлорежущих станков и инструментов, ФГБОУ ВО «Курганский государственный университет», 640020, Россия, г. Курган, ул. Советская, д. 63/4. E-mail: ip.popow@yandex.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Попов И.П. Полный учет энергии электростатического поля заряженных сфер // Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии». 2024. № 1 (21). С. 45–56.

COMPLETE ACCOUNTING OF THE ENERGY OF THE ELECTROSTATIC FIELD OF CHARGED SPHERES

I.P. Popov
Kurgan State University (Kurgan)

Abstract. We consider an electrostatic field created by a system of two like or unlike charges. Calculations are performed for charges located on spherical non-conducting surfaces, and the results obtained can be generalized to any shape of charged objects. The purpose of the study is to improve the correctness of electrostatic calculations, eliminating the possibility of obtaining unreliable results in the form of infinitely large energy. Electrostatic methods are used. The field energy is determined in two ways – through energy density and integration over the volume occupied by the field, as well as by calculating the work done during the hypothetical movement of charged objects. Three definitions of different types of electrostatic energy are given. Formulas are obtained for the corresponding energies for various combinations of charges.

Keywords: total, conditional realizable, unrealizable, stored energy; like, unlike charges.

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

POPOV Igor Pavlovich – Senior Lecturer of the Department of Technology of Mechanical Engineering, Machine Tools and Instruments, Kurgan State University, 63/4, Sovetskaja St., Kurgan, 640020, Russia. E-mail: ip.popow@yandex.ru

CITATION FOR AN ARTICLE

Popov I.P. Complete accounting of the energy of the electrostatic field of charged spheres // Vestnik of Tver State Technical University. Series «Building. Electrical engineering and chemical technology». 2024. No. 1 (21), pp. 45–56.