

УДК 629.7.052

**ТЕОРЕМА О ЦЕНТРЕ  $n$ -СИММЕТРИИ  
ПЛОСКОЙ ВЫПУКЛОЙ ПЛАСТИНЫ***Ал.А. Шум<sup>1</sup>, А.М. Ветошкин<sup>2</sup>*<sup>1</sup>*Тверской государственный технический университет (г. Тверь)*<sup>2</sup>*Мытищинский филиал Московского государственного  
технического университета им. Н.Э. Баумана  
(г. Мытищи, Московская область)*

© Шум Ал.А., Ветошкин А.М., 2023

**Аннотация.** Рассмотрено понятие центра  $n$ -симметрии плоской пластины. Частными случаями  $n$ -симметрии являются  $s$ -симметрия и  $c$ -симметрия (соответственно 0-симметрия и 1-симметрия). Доказана следующая теорема: в любой выпуклой области плоскости можно определить функцию плотности так, что центр  $n$ -симметрии полученной пластины будет находиться в любой наперед заданной внутренней точке этой пластины. Отмечено, что ранее были известны частные случаи этой теоремы, соответствующие значениям  $n = 0$  и  $n = 1$ .

**Ключевые слова:** симметрия,  $c$ -симметрия,  $s$ -симметрия,  $n$ -симметрия, центр симметрии, выпуклая пластина, функция плотности, масса, центр масс, электрическая машина.

**DOI: 10.46573/2658-7459-2023-3-75-82****ВВЕДЕНИЕ**

О разнообразии современных методов и технологий механической и физико-технической обработки деталей машин можно судить, например, по их описаниям в работах [1–13]. Выбор технологий и методов обработки при изготовлении и балансировке деталей электрических машин требует учета самых разных факторов. Важнейшим фактором этого рода является распределение массы внутри обрабатываемой детали. Существенное значение при выборе методов обработки детали может иметь наличие в распределении массы внутри этой детали той или иной симметрии. Таким образом, практический интерес имеет изучение вопросов симметрии распределения массы внутри деталей машин. Рассматриваемые детали могут представлять собой объемные тела, а могут быть и плоскими пластинами. Работы [14–29] посвящены изучению разных видов симметрии как плоских, так и объемных деталей. При этом в работах [14–20, 25–27] изучались вопросы симметрии плоских деталей (пластин), а в статьях [21–24, 28, 29] рассматривались вопросы симметрии объемных деталей (пространственных тел). Настоящая статья продолжает исследования симметрии пластин.

В статье [16] рассматривались понятия центра  $s$ -симметрии (центра полумасс) и центра  $c$ -симметрии (центра масс) плоской пластины. В источнике [17] было установлено, что в любой выпуклой области плоскости можно так определить функцию плотности, что центр  $s$ -симметрии (центр  $c$ -симметрии) полученной плоской пластины будет находиться в любой наперед заданной внутренней точке этой области (при этом утверждение о центре

$s$ -симметрии составляет теорему 1, а утверждение о центре  $s$ -симметрии – теорему 2). Позже в статье [27] было введено понятие центра  $n$ -симметрии плоской пластины. Частными случаями  $n$ -симметрии оказались  $s$ -симметрия и  $c$ -симметрия:  $s$ -симметрия представляет собой 0-симметрию (частный случай  $n$ -симметрии при  $n = 0$ ), а  $c$ -симметрия – 1-симметрию (частный случай  $n$ -симметрии при  $n = 1$ ). В той же статье [27] был установлен достаточный критерий совпадения центра  $n$ -симметрии выпуклой пластины с началом координат, справедливый при любом значении  $n$ . В настоящей работе при помощи этого критерия утверждения теорем 1 и 2 из статьи [17] переносятся на общий случай  $n$ -симметрии.

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБОСНОВАНИЯ

*Простой областью* называется область плоскости, ограниченная замкнутой линией без самопересечений. *Граница* простой области (линия, ограничивающая область) также считается частью области (таким образом, простая область является *замкнутой*). Точки простой области, не лежащие на ее границе, представляют собой *внутренние* точки этой области. Простая область является *выпуклой*, если всякая прямая, проведенная через любую ее внутреннюю точку, пересекает границу данной области ровно в двух точках. *Областью* называется простая область или объединение нескольких простых областей. Область  $S_1$  – *подобласть* области  $S$ , если  $S_1 \subseteq S$ . Простая область  $S$  вместе с определенной в этой области непрерывной неотрицательной функцией (*функцией плотности*) называется *пластиной*  $D$ . Подобласть области  $S$  вместе с необходимым ограничением функции плотности называется *подпластиной* пластины  $D$  (следует отметить, что область подпластины, в отличие от области пластины, не обязательно должна быть простой). Пластина  $D$  является *выпуклой*, если выпукла соответствующая ей область  $S$ .

Функцию плотности пластины  $D$  удобно записывать в виде  $f(\varphi, \rho)$ , считая заданной подходящую полярную систему координат (следует иметь в виду, что при переходе от одной системы координат к другой выражение функции  $f(\varphi, \rho)$  через координаты изменяется, хотя сама функция, как функция точки, остается неизменной).

Если на плоскости имеются прямая  $L$  и пластина  $D$  с областью  $S$  и функцией плотности  $f(\varphi, \rho)$ , то *момент  $n$ -го порядка пластины  $D$  относительно прямой  $L$*  определяется следующим образом:

$$M_n(D) = \iint_S (r(\varphi, \rho))^n f(\varphi, \rho) \rho d\rho d\varphi,$$

где  $r(\varphi, \rho)$  – расстояние от точки  $(\varphi, \rho)$  до прямой  $L$ . Следует отметить, что значение момента  $M_n(D)$  не зависит от выбора системы координат, поскольку функция  $f(\varphi, \rho)$  и функция  $r(\varphi, \rho)$  при заданной прямой  $L$  являются функциями точки пластины. Отдельно могут быть рассмотрены моменты нулевого, первого и второго порядков.

Момент нулевого порядка пластины  $D$  не зависит от прямой  $L$  и выражает собой *массу* пластины  $D$ :  $M_0(D) = \iint_S (r(\varphi, \rho))^0 f(\varphi, \rho) \rho d\rho d\varphi = \iint_S f(\varphi, \rho) \rho d\rho d\varphi = m(D)$ .

Момент первого порядка пластины  $D$  относительно прямой  $L$  – это *статический момент* пластины  $D$  относительно прямой  $L$ :  $M_1(D) = \iint_S r(\varphi, \rho) f(\varphi, \rho) \rho d\rho d\varphi$ .

Момент второго порядка пластины  $D$  относительно прямой  $L$  – это *момент инерции* пластины  $D$  относительно прямой  $L$ :  $M_2(D) = \iint_S (r(\varphi, \rho))^2 f(\varphi, \rho) \rho d\rho d\varphi$ .

В соответствии с определениями из статьи [27] точка плоскости называется *центром  $n$ -симметрии* пластины  $D$ , если всякая проведенная через эту точку прямая делит пластину  $D$  на две подпластины  $D_1$  и  $D_2$  так, что  $M_n(D_1) = M_n(D_2)$ .

Следующая лемма, доказанная в статье [27], представляет собой достаточный критерий совпадения центра  $n$ -симметрии выпуклой пластины с началом координат (напомним, что функция угла  $\varphi$  называется *полярно-симметричной*, если она имеет период  $\pi$ ; значения такой функции для углов  $\varphi$ , определяющих в рамках полярной системы координат противоположные направления, одинаковы).

**Лемма.** Пусть начало координат полярной системы является внутренней точкой некоторой выпуклой области  $S$  пластины  $D$  с функцией плотности  $f(\varphi, \rho)$ ,  $r(\varphi)$  – расстояние от начала координат до границы этой области вдоль луча, определяемого

углом  $\varphi$ , и функция  $F_n(\varphi) = \int_0^{r(\varphi)} f(\varphi, \rho) \rho^{n+1} d\rho$  является полярно-симметричной. Тогда

пластина  $D$  имеет центр  $n$ -симметрии в начале координат.

При помощи этой леммы может быть доказана следующая теорема, составляющая главный результат настоящей работы.

**Теорема.** Для любой внутренней точки выпуклой области  $S$  можно так определить в области  $S$  функцию плотности  $f(\varphi, \rho)$ , что полученная пластина  $D$  будет иметь центр  $n$ -симметрии именно в этой точке.

#### Доказательство

Выберем начало координат полярной системы в той внутренней точке области  $S$ , в которой должен находиться центр  $n$ -симметрии пластины  $D$ . Пусть  $r(\varphi)$  – расстояние от начала координат до границы области  $S$  вдоль луча, определяемого углом  $\varphi$ . Определим

требуемую функцию так:  $f(\varphi, \rho) = \frac{\rho}{[r(\varphi)]^{n+3}}$ . Тогда

$$\begin{aligned} F_n(\varphi) &= \int_0^{r(\varphi)} f(\varphi, \rho) \rho^{n+1} d\rho = \int_0^{r(\varphi)} \frac{\rho}{[r(\varphi)]^{n+3}} \rho^{n+1} d\rho = \frac{1}{[r(\varphi)]^{n+3}} \int_0^{r(\varphi)} \rho^{n+2} d\rho = \\ &= \frac{1}{[r(\varphi)]^{n+3}} \left[ \frac{\rho^{n+3}}{(n+3)} \Big|_0^{r(\varphi)} \right] = \frac{1}{[r(\varphi)]^{n+3}} \cdot \frac{[r(\varphi)]^{n+3}}{n+3} = \frac{1}{n+3}. \end{aligned}$$

Таким образом, функция  $F_n(\varphi)$  постоянна (не зависит от угла  $\varphi$ ), а поэтому является периодической с периодом  $\pi$ , т.е. полярно-симметричной. Таким образом, в силу рассмотренной леммы, центр  $n$ -симметрии пластины  $D$  будет находиться в начале координат, т.е. именно в нужной точке.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Доказанная теорема обобщает теоремы 1 и 2 из статьи [17] о центрах  $s$ -симметрии и  $n$ -симметрии на общий случай центров  $n$ -симметрии. Простое доказательство данной общей теоремы обеспечивает достаточный критерий совпадения центра  $n$ -симметрии плоской выпуклой пластины с началом координат, установленный в статье [27] (который представляет собой обобщение на случай  $n$ -симметрии критерия, установленного в статье [17] для случая  $s$ -симметрии).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электрофизические и электрохимические методы обработки материалов: учебное пособие: в 2 т. / Б.А. Артамонов, Ю.С. Волков, В.И. Дрожжалова, Ф.В. Седыхин, В.П. Смоленцев, В.М. Ямпольский. М.: Высшая школа. 1983. Т. 1. 247 с. Т. 2. 208 с.
2. Верещака А.С. Работоспособность режущего инструмента с износостойкими покрытиями. М.: Машиностроение. 1993. 336 с.
3. Вороничев Н.М., Тартаковский Ж.Э., Генин В.Б. Автоматические линии из агрегатных станков. М.: Машиностроение. 1979. 487 с.
4. Дальский А.М., Гаврилюк В.С. Механическая обработка материалов: учебник для вузов. М.: Машиностроение. 1981. 266 с.
5. Немилов Е.Ф. Электроэрозионная обработка материалов. Л.: Машиностроение. 1983. 160 с.
6. Подураев В.Н. Автоматически регулируемые и комбинированные процессы резания. М.: Машиностроение. 1977. 303 с.
7. Силин С.С. Метод подобия при резании материалов. М.: Машиностроение. 1979. 152 с.
8. Старков В.К. Обработка резанием. Управление стабильностью и качеством в автоматизированном производстве. М.: Машиностроение. 1989. 297 с.
9. Трент Е.М. Резание металлов. М.: Машиностроение. 1980. 263 с.
10. Участки для электроэрозионной обработки рабочих деталей вырубных штампов и пресс-форм: методические рекомендации по проектированию. М.: ОНТИ ЭНИМС. 1983. 47 с.
11. Этин А.О. Кинематический анализ и выбор эффективных методов обработки лезвийным инструментом. М.: Машгиз. 1953. 173 с.
12. Янюшкин А.С., Шоркин В.С. Контактные процессы при электроалмазном шлифовании. М.: Машиностроение-1. 2004. 230 с.
13. Ящерицын П.И., Фельдштейн Е.Э., Корниевич М.А. Теория резания. Минск: Новое знание. 2006. 512 с.
14. Шум Ал.А. О симметрии функций, определенных в круге // *Вестник Тверского государственного технического университета*. 2014. Вып. 25. С. 3–8.
15. Шум Ал.А. Замечание об  $s$ -симметричных функциях // *Вестник Тверского государственного технического университета*. 2015. Вып. 27. С. 3–6.
16. Шум Ал.А. О центрах симметрии функции двух переменных // *Вестник Тверского государственного технического университета*. 2016. Вып. 30. С. 19–23.

17. Шум Ал.А. О центрах симметрии функции, определенной в выпуклой области плоскости // *Вестник Тверского государственного технического университета*. 2017. Вып. 31. С. 19–22.
18. Шум Ал.А. Симметрическая линия функции двух переменных // *Вестник Тверского государственного технического университета*. 2017. Вып. 32. С. 103–105.
19. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. Симметрическая линия правильного однородного треугольника // *Вестник Тверского государственного технического университета*. 2018. Вып. 34. С. 47–53.
20. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. Параметрические уравнения симметрической линии правильного однородного треугольника // *Вестник Тверского государственного технического университета*. 2018. Вып. 34. С. 44–47.
21. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. Замечание о симметрии функций, определенных в шаре // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Технические науки»*. 2019. № 3 (3). С. 38–46.
22. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. Об одной критерии  $s$ -симметрии функции трех переменных // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Технические науки»*. 2019. № 4 (4). С. 30–35.
23. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. О центрах симметрии функции трех переменных // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии»*. 2020. № 1 (5). С. 71–78.
24. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. О центрах симметрии функции, определенной в выпуклой области пространства // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии»*. 2020. № 2 (6). С. 57–65.
25. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. Замечание о центрах  $s$ -симметрии и  $c$ -симметрии плоской пластины // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии»*. 2021. № 1 (9). С. 63–70.
26. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. Моменты плоской пластины относительно прямой и некоторые вопросы симметрии // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии»*. 2021. № 2 (10). С. 78–84.
27. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. О центрах симметрии плоской выпуклой пластины // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии»*. 2021. № 3 (11). С. 65–72.
28. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. О понятии  $n$ -симметрии пространственного тела // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии»*. 2022. № 3 (15). С. 66–72.
29. Шум Ал.А., Ветошкин А.М. О центрах симметрии выпуклого пространственного тела // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии»*. 2023. № 2 (18). С. 64–72.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ШУМ Александр Анатольевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», 170026, Россия, г. Тверь, наб. А. Никитина, д. 22. E-mail: shum@tstu.tver.ru

*ВЕТОШКИН Александр Михайлович* – кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики, информатики и вычислительной техники, Мытищинский филиал Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана (МФ МГТУ), 141005, Россия, Московская область, г. Мытищи, улица 1-я Институтская, 1. E-mail: vetkin@mgul.ac.ru

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Шум Ал.А., Ветошкин А.М. Теорема о центре  $n$ -симметрии плоской выпуклой пластины // Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии». 2023. № 3 (19). С. 75–82.

---

#### THEOREM ON THE CENTER OF $n$ -SYMMETRY OF A FLAT CONVEX PLATE

*Al.A. Shum<sup>1</sup>, A.M. Vetoshkin<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>Tver State Technical University*

*(Tver, Russia)*

*<sup>2</sup>Mytishchi filial of MSTU named after N. Uh. Bauman*

*(Mytishchi, Moscow region, Russia)*

**Abstract.** The concept of the center of  $n$ -symmetry of a flat plate is considered. Special cases of  $n$ -symmetry are  $s$ -symmetry and  $c$ -symmetry (respectively 0-symmetry and 1-symmetry). The following theorem is proved: in any convex area of the plane, it is possible to determine the density function so that the center of the  $n$ -symmetry of the resulting plate will be located at any predetermined internal point of this plate. It is noted that special cases of this theorem corresponding to the values  $n = 0$  and  $n = 1$  were previously known.

**Keywords:** symmetry,  $c$ -symmetry,  $s$ -symmetry,  $n$ -symmetry, center of symmetry, convex plate, density function, mass, center of mass, electric machine.

#### REFERENCES

1. *Elektrofizicheskie i elektrohimicheskie metody obrabotki materialov: uchebnoye posobiye* [Electrophysical and electrochemical methods of processing materials: manual]: in 2 vol. / B.A. Artamonov, Yu.S. Volkov, V.I. Drozhzhhalova, F.V. Sedykhin, V.P. Smolentsev, V.M. Yampolsky. Moscow: Vysshaja shkola. 1983. Vol. 1. 247 p. Vol. 2. 208 p.
2. Vereschaka A.S. *Rabotosposobnost' rezhushchego instrumenta s iznosostojkimi pokrytiami* [The performance of the cutting tool with wear-resistant coatings]. Moscow: Mashinostroenie. 1993. 336 p.
3. Voronichev N.M., Tartakovskiy J.E., Genin V.B. *Avtomaticheskie linii iz agregatnyh stankov* [Automatic lines of modular machines]. Moscow: Mashinostroenie. 1979. 487 p.
4. Dalskiy A.M., Gavrilyuk V.S. *Mekhanicheskaya obrabotka materialov* [Mechanical treatment of materials: college textbook]. Moscow: Mechanical Engineering. 1981. 266 p.
5. Nemilov E.F. *Elektroerozionnaya obrabotka materialov* [Electroerosion treatment of materials]. L.: Mashinostroenie. 1983. 160 p.

6. Poduraev V.N. Avtomaticheski reguliruemye i kombinirovannye processy rezaniya [Automatically adjustable and combined cutting processes]. Moscow: Mashinostroenie. 1977. 303 p.
7. Silin S.S. Metod podobiya pri rezanii materialov [Method of similarity when cutting materials]. Moscow: Mashinostroenie. 1979. 152 p.
8. Starkov V.K. Obrabotka rezaniem. Upravlenie stabil'nost'yu i kachestvom v avtomatizirovannom proizvodstve [Cutting processing. Stability and quality management in automated production]. Moscow: Mashinostroenie. 1989. 297 p.
9. Trent E.M. Rezanie metallov [Metal cutting]. Moscow: Mashinostroenie. 1980. 263 p.
10. Uchastki dlya elektroerozionnoj obrabotki rabochih detalej vyrubnyh shtampov i press-form: metodicheskiye rekomendatsii po proyektirovaniyu [Areas for electrical discharge machining of working parts of cutting dies and molds: design guidelines]. Moscow: ONTI ENIMS. 1983. 47 p.
11. Etin A.O. Kinematicheskij analiz i vybor effektivnyh metodov obrabotki lezvijnym instrumentom [Kinematic analysis and selection of effective methods of processing with a climbing tool]. Moscow: Mashgiz. 1953. 173 p.
12. Yanushkin A.S., Shorkin V.S. Kontaktnye processy pri elektroalmaznom shlifovanii [Contact processes in electro-diamond grinding]. Moscow: Mashinostroenie-1. 2004. 230 p.
13. Yastcheritsyn P.I., Feldshtein E.E., Korniewicz M.A. Teoriya rezaniya [Theory of cutting]. Minsk: Novoe znanie. 2006. 512 p.
14. Shum Al.A. On the symmetry of the functions defined in the circle. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta*. 2014. Vol. 25, pp. 3–8. (In Russian).
15. Shum Al.A. The comment about  $s$ -symmetric functions. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta*. 2015. Vol. 27, pp. 3–6. (In Russian).
16. Shum Al.A. About the centers of symmetry of a function of two variables. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta*. 2016. Vol. 30, pp. 19–23. (In Russian).
17. Shum Al.A. About the centers of symmetry of a function defined in a convex domain of the plane. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta*. 2017. Vol. 31, pp. 19–22. (In Russian).
18. Shum Al.A. Symmetric line of a function of two variables. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta*. 2017. Vol. 32, pp. 103–105. (In Russian).
19. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. The symmetric line of a regular homogeneous triangle. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta*. 2018. Vol. 34, pp. 47–53. (In Russian).
20. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. Parametric equations of the symmetric line of a regular homogeneous triangle. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta*. 2018. Vol. 34, pp. 44–47. (In Russian).
21. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. A note on the symmetry of functions defined in a ball. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Seriya «Tehniceskije nauki»*. 2019. No. 3 (3), pp. 38–46. (In Russian).
22. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. On one criterion of  $s$ -symmetry of a function of three variables. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Seriya «Tehniceskije nauki»*. 2019. No. 4 (4), pp. 30–35. (In Russian).
23. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. About the centers of symmetry of a function of three variables. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Seriya «Stroitel'stvo. Elektrotehnika I himicheskie tehnologii»*. 2020. No. 1 (5), pp. 71–78. (In Russian).

24. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. About the centers of symmetry of the function, defined in a convex area of space. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Seriya «Stroitel'stvo. Elektrotehnika i himicheskie tehnologii»*. 2020. No. 2 (6), pp. 57–65. (In Russian).
25. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. A note on the centers of  $s$ -symmetry and  $c$ -symmetry of a flat plate. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Seriya «Stroitel'stvo. Elektrotehnika i himicheskie tehnologii»*. 2021. No. 1 (9), pp. 63–70. (In Russian).
26. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. Moments of a flat plate relative to a straight line and some questions of symmetry. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Seriya «Stroitel'stvo. Elektrotehnika i himicheskie tehnologii»*. 2021. No. 2 (10), pp. 78–84. (In Russian).
27. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. On the centers of symmetry of a flat convex plate. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Series «Construction. Electrical engineering and chemical technologies»*. 2021. No. 3 (11), pp. 65–72. (In Russian).
28. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. On the concept of  $n$ -symmetry of a spatial body. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Series «Construction. Electrical engineering and chemical technologies»*. 2022. No. 3 (15), pp. 66–72. (In Russian).
29. Shum Al.A., Vetoshkin A.M. On the centers of symmetry of a convex spatial body. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Series «Construction. Electrical engineering and chemical technologies»*. 2023, No. 2 (18), pp. 64–72. (In Russian).

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

*SHUM Alexander Anatolievich* – Associate Professor of the Department of Mathematics, Tver State Technical University, 22, embankment of A. Nikitin, Tver, 170026, Russia. E-mail: shum@tstu.tver.ru

*VETOSHKIN Alexander Mikhailovich* – Associate Professor in the Department of Applied Mathematics, Informatics and Computer Engineering, MF Moscow State Technical University named after N.E. Bauman (MF MSTU), 1, 1st Institutskaya street, Mytishchi city, Moscow region, 141005, Russia. E-mail: vetkin@mgul.ac.ru

#### CITATION FOR AN ARTICLE

Shum Al.A., Vetoshkin A.M. Theorem on the center of  $n$ -symmetry of a flat convex plate // *Vestnik of Tver State Technical University. Series «Building. Electrical engineering and chemical technology»*. 2023. No. 3 (19). P. 75–82.