

**ЭЛЕКТРОТЕХНИКА**

УДК 44.31.03:45.43.00:53.07.00

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА  
ЗАКОНОВ КВАНТОВОГО ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ГАЗОВЫХ ОБЪЕМОВ.  
ЧАСТЬ II. ЗАКОНЫ КВАНТОВОГО ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ  
СФЕРИЧЕСКИХ ГАЗОВЫХ ОБЪЕМОВ****А.Н. Макаров***Тверской государственной технической университет (г. Тверь)*

© Макаров А.Н., 2023

**Аннотация.** Дано математическое описание вывода второго–пятого законов теплового квантового излучения сферических газовых объемов. Отмечено, что сферическими газовыми объемами различных размеров (вплоть до сфер атомов) можно моделировать тепловое квантовое излучение газовых объемов любых размеров и форм, вписывая в газовые объемы сферы различного диаметра (до наносфер с размером атома).

**Ключевые слова:** квант, законы, тепловое излучение, газовые объемы, факел, электрическая дуга, печь, топка, камера сгорания.

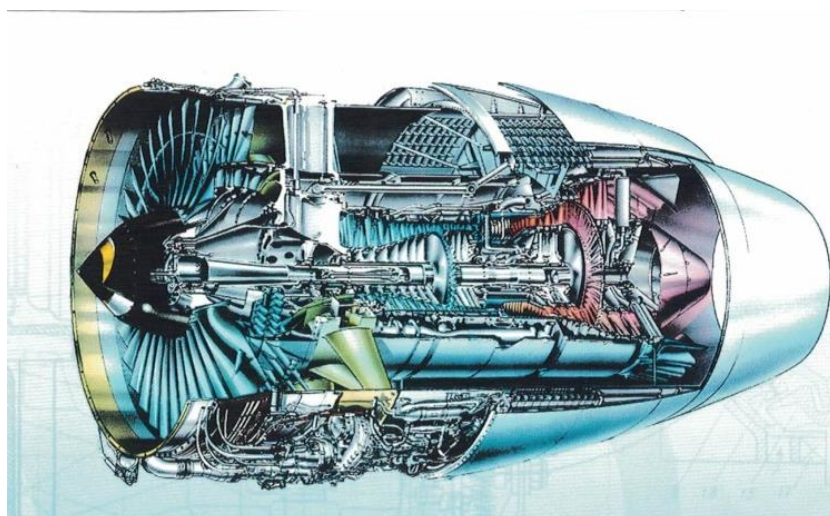
**DOI: 10.46573/2658-7459-2023-3-54-62****ВВЕДЕНИЕ**

В XX веке в статьях, монографиях, учебниках российских и зарубежных ученых, конструкторов из-за отсутствия законов теплового квантового излучения газовых объемов и невозможности точного расчета теплообмена не существовало данных о причинах неравномерности износа и низкой стойкости футеровки стен, свода электродуговых сталеплавильных печей, неравномерности расплавления шихты, температуры металла по периметру. Отсутствовали результаты расчета распределения потоков теплового квантового излучения факела по высоте и периметру топков, по горелочному устройству, не было объяснений неравномерности парообразования и отложений в трубах. Кроме того, не имелось данных о распределении тепловых потоков по всем поверхностям, граням и высоте нагреваемых изделий в факельных печах, отсутствовали расчетные данные распределения потоков тепловых излучений факела по пламенной трубе и горелочному устройству камер сгорания газотурбинных установок (КС ГТУ) электростанций.

В XX веке, несмотря на приложенные для решения проблемы колоссальные интеллектуальные усилия, факелы, излучающие газовые объемы, оставались малоизученными. Не было формул для определения основных параметров теплового квантового излучения газовых объемов, факелов. Решение проблемы зашло в тупик.

Отсутствие точных данных расчетов теплообмена компенсировались результатами дорогостоящих многолетних экспериментальных исследований теплообмена. Например,

на разработку, экспериментальные исследования, создание газотурбинного двигателя (ГТД) АЛ-31Ф для самолета СУ-27 ушло 10 лет (рис. 1). Многолетние испытания ГТД, ГТУ связаны с высокими температурами, при которых работают камеры сгорания, газовые турбины (ГТ). Температура газов в современных КС и ГТ ГТУ составляет 1 500–1 600 °С, при этих температурах с использованием воздушного охлаждения КС и ГТ должны работать круглосуточно в течение нескольких лет до планового текущего ремонта. Обеспечение такого режима работы ГТД, ГТУ является сложной задачей. Большую часть времени, ввиду отсутствия точных расчетных методик, занимали испытания на опытно-экспериментальных стендах ГТД и отдельных его блоков: камеры сгорания, газовой турбины, компрессора. Испытания КС проводятся до полного ее разрушения с последующей коррекцией конструкции КС и охлаждения пламенной трубы, заменой отдельных деталей, узлов и материала для изготовления КС.



а



б

Рис. 1. Газотурбинный двигатель ПС-90А1 с тягой 17 400 кГс, производство – «Пермские моторы» (а); ПС-90А1 на самолете ТУ-204 (б)

После коррекции конструкции КС, охлаждающей пламенной трубы, замены отдельных деталей, узлов изготавливают новую КС и вновь осуществляют испытания до полного ее разрушения. Для создания, выхода на надежную и долговечную КС разрушают до 50 опытных экземпляров КС, внося в каждый из них конструктивные изменения, используя новые жаростойкие, жаропрочные сплавы для изготовления отдельных деталей, узлов КС. До 50 испытаний проходят ГТ до полного их разрушения, затем происходит замена деталей, узлов при использовании для изготовления новых жаростойких, жаропрочных, коррозионноустойчивых сплавов с последующим выходом на надежную, долговечную работу ГТ и ГТД в целом.

### **ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕПЛООВОГО КВАНТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ГАЗОВЫХ ОБЪЕМОВ ЛЮБОЙ ФОРМЫ И РАЗМЕРОВ**

В 1978–1982 годах автором был открыт первый закон теплового квантового излучения ионизированных (электрических дуг электродуговых сталеплавильных печей) газовых объемов, который впоследствии был распространен на неионизированные газовые объемы любой формы и размеров. Согласно первому закону теплового квантового излучения газовых объемов, при расчетах теплового излучения газовых объемов на любую расчетную площадку необходимо учесть квант излучения на расчетную площадку каждого атома. Требуется учесть все кванты энергии излучения всех атомов, составляющих газовый излучающий объем. Впоследствии, в 1996–2001 годах, автором были открыты законы теплового излучения коаксиальных цилиндрических газовых объемов, позволяющие при расчетах теплообмена излучением в печах, топках, камерах сгорания учесть квант энергии излучения каждого атома и всех атомов, составляющих газовый излучающий объем. В конце XX века была решена сверхсложная задача расчета теплового квантового излучения газовых объемов на расчетные площадки в печах, топках, камерах сгорания. Это решение дало возможность учесть излучение кванта энергии каждого атома и всего гигантского количества квантов энергии всех атомов, составляющих излучающие газовые объемы печей, топок, камер сгорания и образующихся при факельном сжигании жидкого, газообразного, пылевидного топлива.

Согласно открытым законам теплового квантового излучения газовых объемов, новой концепции и методике расчета, в факелы печей, топок, камер сгорания вписываются излучающие цилиндрические газовые объемы, от которых осуществляется расчет тепловых потоков квантового излучения на поверхности нагрева. Однако факелы, газовые излучающие объемы могут иметь сложную объемную форму, которую цилиндрические газовые объемы не могут заполнить целиком. Остаются незаполненные части газового объема факела, квантовое излучение которых не учитывается в расчетах. Для повышения точности расчетов и более полного заполнения газовых излучающих объемов автор провел исследование теплового квантового излучения сферических газовых объемов. В ходе данной работы было сделано научное открытие. Суть его изложена ниже.

Сначала рассмотрим излучение изотермического сферического газового объема диаметром  $D_1 = 3$  м на расчетную площадку  $dF$  с размерами  $0,5 \times 0,5$  м, расположенную на вертикальной поверхности на расстоянии  $r = 3$  м от сферического газового объема (рис. 2). Перпендикуляр  $N$  к площадке  $dF$  проходит через центр сферического газового объема. Допустим, в сферическом газовом объеме одновременно излучают кванты  $15 \cdot 10^{15}$  атомов, равномерно заполняющих объем. Излучаемая газовым объемом мощность  $P = 45$  МВт, объем заключенного в сферу газа  $V = \pi D^3/6 = 14,13$  м<sup>3</sup>.

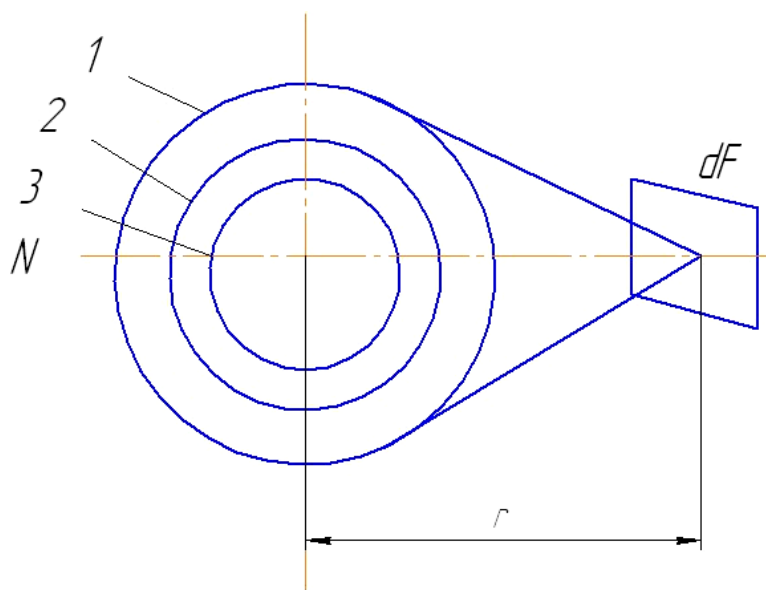


Рис. 2. Излучение сферического газового объема на расчетную площадку  $dF$

**Первый закон квантового излучения газовых объемов любой формы и размеров, в том числе сферических газовых объемов: плотность потока теплового квантового излучения, падающего от газового объема на расчетную площадку  $q_{FdF}$ , прямо пропорциональна его мощности  $P_\phi$ , угловому коэффициенту излучения  $\varphi_{FdF}$  и обратно пропорциональна коэффициенту поглощения  $k$ , средней длине пути квантов от всех атомов до площадки  $l$  и площади площадки  $F$ :**

$$q_{FdF} = \frac{\varphi_{FdF} P_\phi}{F e k l}. \quad (1)$$

Разделим изотермический сферический газовый объем на три равных сферических объема, имеющих общий центр. Диаметр первого сферического объема  $D_1 = 3$  м, второго  $D_2 = 2,62$  м, третьего  $D_3 = 2,08$  м. Объем излучающего изотермического газа в каждом объеме между сферами 1 и 2, 2 и 3, а также внутри сферы 3  $V_1 = V_2 = V_3 = V/3 = 4,71$  м<sup>3</sup>. Получили три изохорных изотермических концентрических сферических газовых объема, излучающих кванты на расчетную площадку  $dF$ .

Допустим, что излучение квантов энергии внутренних слоев концентрических сферических газовых объемов поглощается соседними слоями, а наружу выходит излучение квантов только наружного поверхностного слоя атомов газовых объемов. В этом случае излучение квантов трех изохорных изотермических концентрических сферических газовых объемов можно представить излучением трех сфер ( $F_1$ – $F_3$ ). Формулы для расчета угловых коэффициентов излучения одной поверхности на другую были получены в XX столетии [1]. Угловой коэффициент излучения  $\varphi_{dFF}$  площадки  $dF$  на сферу  $F$  определяется по выражению [1]

$$\varphi_{dFF} = \frac{\cos \alpha}{H^2}, \quad (2)$$

где  $\alpha$  – угол между перпендикуляром  $N$  в центр площадки  $dF$  и лучом, соединяющим центры площадки и сферы;  $H = r/(D/2)$ .

Локальные угловые коэффициенты излучения концентричных сфер 1–3 на площадку  $dF$  рассчитываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \varphi_{F_1 dF} &= \frac{\varphi_{dFF_1} F_{dF}}{F_1} = \frac{0,25 \cdot 0,25}{3,14 \cdot 3^2} = 0,002 \text{ 2}; \\ \varphi_{F_2 dF} &= \frac{\varphi_{dFF_2} F_{dF}}{F_2} = \frac{0,189 \cdot 0,25}{3,14 \cdot 2,62^2} = 0,002 \text{ 2}; \\ \varphi_{F_3 dF} &= \frac{\varphi_{dFF_3} F_{dF}}{F_3} = \frac{0,121 \cdot 0,25}{3,14 \cdot 2,08^2} = 0,002 \text{ 2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\varphi_{dFF_1}$ ,  $\varphi_{dFF_2}$ ,  $\varphi_{dFF_3}$  – угловые коэффициенты излучения площадки  $dF$  на сферы 1–3 соответственно;  $F_{dF}$  – площадь площадки  $dF$ ;  $F_1$ – $F_3$  – площадь сфер 1–3.

Поскольку законы теплового квантового излучения цилиндрических и сферических газовых объемов близки по математическому описанию и формулировке, то обозначим имеющие сходство законы одинаковыми номерами. Следующие законы соответствуют действительному тепловому квантовому излучению изохорных изотермических сферических газовых объемов любых размеров (от диаметра астрономического тела (звезды, солнца) до диаметра атома).

**Из результатов расчета (3) следует второй закон теплового квантового излучения изохорных изотермических концентричных сферических газовых объемов: локальные угловые коэффициенты квантового излучения изохорных изотермических концентричных сферических газовых объемов, слоев равны.**

Угловые коэффициенты излучения являются основными расчетными величинами теплообмена излучением в печах, топках, камерах сгорания. При моделировании квантового излучения сотен и тысяч концентричных сфер, входящих в объем первой сферы, был бы получен аналогичный результат: элементарные угловые коэффициенты квантового излучения концентричных газовых слоев равны. Из второго закона следует, что при расчете угловых коэффициентов квантового излучения  $\varphi V dF$  изохорных изотермических концентричных газовых объемов нет необходимости решать тройной интеграл, аналогичный описанному в [2]:

$$\varphi_{VdF} = \iiint_V \frac{\cos \alpha_i \cos \beta_i}{2\pi^2 l_i^2} d\alpha d\beta dl. \quad (4)$$

Согласно второму закону, для расчета угловых коэффициентов квантового излучения изохорных изотермических концентричных газовых объемов достаточно определить угловой коэффициент квантового излучения концентричного сферического газового объема бесконечно малого диаметра, т.е. выполнить однократное интегрирование.

Рассчитаем плотность потока теплового квантового излучения на площадку  $dF$  изохорных изотермических концентричных сферических газовых слоев, в которых выделяются мощности излучения  $P_1 = P_2 = P_3 = 42/3 = 14$  МВт. Принимаем параметры газовой среды, характерные для топки парового котла, коэффициент поглощения газовой

среды  $k = 0,162$  [3–6]. Результаты расчета плотностей потоков квантовых излучений концентрических сферических газовых слоев на расчетную площадку  $dF$ :

$$\begin{aligned} q_{F_1 dF} = q_{F_2 dF} = q_{F_3 dF} &= \frac{\varphi_{F_1 dF} P_1}{F_{dF}} e^{-kl_1} = \frac{\varphi_{F_2 dF} P_2}{F_{dF}} e^{-kl_2} = \frac{\varphi_{F_3 dF} P_3}{F_{dF}} e^{-kl_3} = \\ &= \frac{0,002 \cdot 2 \cdot 14 \cdot 10^3}{0,25} e^{-0,162 \cdot 3} = \frac{0,002 \cdot 2 \cdot 14 \cdot 10^3}{0,25} e^{-0,162 \cdot 3} = \\ &= \frac{0,002 \cdot 2 \cdot 14 \cdot 10^3}{0,25} e^{-0,162 \cdot 3} = 76,1 \text{ кВт/м}^2, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $l_1 = l_2 = l_3 = l$  – средняя длина пути квантов от атомов 1–3-го сферических слоев до расчетной площадки.

Средняя длина пути квантов  $l$  определяется как среднеарифметическое расстояние от элементарных частиц, атомов, из которых состоят поверхности сфер, до расчетной площадки  $dF$ . Средняя длина пути квантов любого сферического газового слоя равна среднеарифметическому расстоянию от центра симметрии концентрических сфер до расчетной площадки. Из результатов расчетов следуют еще два закона квантового излучения изохорных изотермических концентрических сферических газовых слоев, объемов.

**Третий закон: средняя длина пути квантов от атомов изохорных изотермических концентрических сферических газовых объемов до расчетной площадки равна расстоянию от центра сфер до расчетной площадки:**

$$l = l_1 = l_2 = l_3 = r. \quad (6)$$

**Четвертый закон: плотности потоков квантового излучения, падающих от изохорных изотермических концентрических сферических газовых объемов на расчетную площадку, равны.**

Суммарная плотность потоков излучений, падающих от трех изохорных изотермических концентрических сферических газовых объемов на площадку  $dF$ , определяется согласно принципам наложения, суммирования потоков квантовых излучений, падающих на расчетную площадку от отдельных источников теплового квантового излучения [7–12]:

$$q_{F dF} = \sum_{i=1}^3 q_{F dF} = 288,3 \text{ Вт/м}^3. \quad (7)$$

Допустим, что мощность квантового излучения  $P = 42$  МВт выделяется в третьем сферическом газовом объеме. Найдем плотность потока теплового излучения третьего сферического газового объема на площадку  $dF$ :

$$\begin{aligned} q_{F_3 dF} &= \frac{\varphi_{F_3 dF} P}{F_{dF}} e^{-kl_3} = \frac{0,002 \cdot 2 \cdot 42 \cdot 10^3}{0,25} e^{-0,162 \cdot 3} = \\ &= 228,3 \text{ кВт/м}^2. \end{aligned} \quad (8)$$

**Пятый закон теплового квантового излучения изохорных изотермических концентрических сферических газовых объемов, слоев вытекает из результатов расчетов по выражениям (7) и (8): суммарная плотность потоков тепловых**

квантовых излучений, падающих на расчетную площадку от нескольких излучающих и поглощающих изохорных изотермических концентрических сферических газовых объемов, равна плотности потока квантового излучения на расчетную площадку концентрического сферического газового объема малого диаметра при выделяющейся в нем мощности квантового излучения, равной суммарной мощности квантовых излучений, выделяющихся во всех концентрических сферических газовых объемах, излучающих на расчетную площадку:

$$q_{F_3dF} = q_{FdF} = \sum_{i=1}^3 q_{F_i dF}. \quad (9)$$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Открытые законы теплового квантового излучения изохорных изотермических концентрических сферических газовых объемов позволяют исследователям, конструкторам рассчитать тепловые потоки, среднюю длину пути квантов, угловые коэффициенты излучения газовых объемов любой сложной объемной формы, вписывая в них сферические объемы вплоть до сферических объемов атомов [13–16].

В зависимости от сложности формы в газовые объемы могут быть вписаны десятки, сотни, миллионы сфер большого, среднего, малого или бесконечно малого диаметра. Концентрическими сферическими (совместно с коаксиальными цилиндрическими) газовыми объемами можно заполнить излучающие газовые объемы любой сложной объемной формы без остатка и рассчитать тепловое квантовое излучение газовых объемов на поверхности нагрева с высокой точностью.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блох А.Г., Журавлев Ю.А., Рыжков Л.Н. Теплообмен излучением. М.: Энергоатомиздат. 1991. 432 с.
2. Макаров А.Н. Теплообмен в электродуговых и факельных металлургических печах и энергетических установках. СПб.: Лань. 2014. 384 с.
3. Блох А.Г. Тепловое излучение в котельных установках. Л.: Энергия. 1967. 326 с.
4. Makarov A.N. Radiation from Large Gas Volumes and Heat Exchange in Steam Boiler Furnaces // *Power Technology and Engineering*. 2019. № 3. P. 196–201.
5. Makarov A.N. Flare Temperature and Nitrogen Oxide Emission Reduction and Heat Transfer in the TGMP-314I Steam Boiler Firebox // *Power Technology and Engineering*. 2016. № 2. P. 200–203.
6. Makarov A.N., Okuneva V.V., Galicheva M.K. Influence of the Length of a Torch Tongue on Heat Flow in a Burner Device // *Power Technology and Engineering*. 2017. № 4. P. 445–450.
7. Мастрюков Б.С. Теплотехнические расчеты промышленных печей: учебник. М.: Металлургия. 1972. 368 с.
8. Адрианов В.Н. Основы радиационного и сложного теплообмена. М.: Энергия. 1972. 463 с.
9. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. М.: Мир. 1975. 934 с.
10. Спероу Э.М., Сесс Р.Д. Теплообмен излучением. Л.: Энергия. 1971. 294 с.
11. Глинков М.А., Глинков Г.М. Общая теория печей. М.: Металлургия. 1978. 264 с.
12. Телегин А.С., Швыдкой В.С., Ярошенко Ю.Г. Тепломассоперенос. М.: Металлургия. 1995. 400 с.

13. Makarov A.N. Laws of Heat Radiation from Sunrtgees and Gas Volumes // *Word Journal of Engineering and Technology*. 2015. № 3. P. 260–270.
14. Makarov A.N. Calculations of Heat Transfer in Torch Furnaces by Gas Volume Radiation Laws // *Word Journal of Engineering and Technology*. 2016. № 4. P. 488–503.
15. Makarov A.N. Fundamental Laws of Physics and Calculation of Heat Transfer in Combustion Chambers of Gas-Turbine Plants // *Word Journal of Engineering and Technology*. 2017. № 5. P. 358–375.
16. Макаров А.Н. Теплообмен в электродуговых сталеплавильных и факельных нагревательных печах, топках паровых котлов, камерах сгорания газотурбинных установок. М. – Вологда: Инфра-Инженерия. 2022. 452 с.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

МАКАРОВ Анатолий Николаевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Электроснабжение и электротехника», ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», 170026, Россия, г. Тверь, наб. А. Никитина, д. 22. E-mail: tgtu\_kafedra\_ese@mail.ru

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Макаров А.Н. Математические доказательства законов квантового теплового излучения газовых объемов. Часть II. Законы квантового теплового излучения сферических газовых объемов // Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии». 2022. № 3 (19). С. 54–62.

---

### MATHEMATICAL EVIDENCE OF THE LAWS OF QUANTUM THERMAL RADIATION OF GAS VOLUMES. PART II. LAWS OF QUANTUM THERMAL RADIATION OF SPHERICAL GAS VOLUMES

*A.N. Makarov*

*Tver State Technical University (Tver)*

**Abstract.** The mathematical description of the derivation of the second-fifth laws of thermal quantum radiation of spherical gas volumes is given. It is noted that by spherical gas volumes of different sizes (up to spheres of atoms) it is possible to model thermal quantum radiation of gas volumes of any sizes and shapes by inscribing spheres of different diameters (up to nanospheres with atom size) into gas volumes.

**Keywords:** quantum, laws, thermal radiation, gas volumes, torch, electric arc, furnace, furnace, combustion chamber.

#### REFERENCES

1. Bloch A.G., Zhuravlev Yu.A., Ryzhkov L.N. *Teploobmen izlucheniem* [Heat transfer by radiation]: Handbook. Moscow: Energoatomizdat. 1991. 432 p.
2. Makarov A.N. *Teploobmen v elektrodugovyh i fakel'nyh metallurgicheskikh pechah i energeticheskikh ustanovkakh* [Heat transfer in electric arc and flare metallurgical furnaces and power plants]. St. Petersburg: Lan. 2014. 384 p.



3. Bloch A.G. Teplovoe izluchenie v kotel'nyh ustanovkakh [Thermal radiation in boiler installations]. Leningrad: Energy. 1967. 326 p.
4. Makarov A.N. Radiation from Large Gas Volumes and Heat Exchange in Steam Boiler Furnaces. *Power Technology and Engineering*. 2019. № 3. P. 196–201.
5. Makarov A.N. Flare Temperature and Nitrogen Oxide Emission Reduction and Heat Transfer in the TGMP-314I Steam Boiler Firebox. *Power Technology and Engineering*. 2016. № 2. P. 200–203.
6. Makarov A.N., Okuneva V.V., Galicheva M.K. Influence of the Length of a Torch Tongue on Heat Flow in a Burner Device. *Power Technology and Engineering*. 2017. № 4. P. 445–450.
7. Mastryukov B.S. Teplotekhnicheskie raschety promyshlennyh pechej [Thermal engineering calculations of industrial furnaces: a textbook]. Moscow: Metallurgiya. 1972. 368 p.
8. Adrianov V.N. Osnovy radiacionnogo i slozhnogo teploobmena [Fundamentals of radiation and complex heat transfer]. Moscow: Energy. 1972. 463 p.
9. Siegel R., Howell J. Teploobmen izlucheniem [Heat transfer by radiation]. Moscow: Mir. 1975. 934 p.
10. Sperow E.M., Sess R.D. Teploobmen izlucheniem [Heat transfer by radiation]. Leningrad: Energy. 1971. 294 p.
11. Glinkov M.A., Glinkov G.M. Obshchaya teoriya pechej [General theory of furnaces]. Moscow: Metallurgy. 1978. 264 p.
12. Telegin A.S., Shvydkoi V.S., Yaroshenko Yu.G. Teplomassoperenos [Heat and mass transfer]. Moscow: Metallurgy. 1995. 400 p.
13. Makarov A.N. Laws of Heat Radiation from Sunrtees and Gas Volumes. *Word Journal of Engineering and Technology*. 2015. № 3. P. 260–270.
14. Makarov A.N. Calculations of Heat Transfer in Torch Furnaces by Gas Volume Radiation Laws. *Word Journal of Engineering and Technology*. 2016. № 4. P. 488–503.
15. Makarov A.N. Fundamental Laws of Physics and Calculation of Heat Transfer in Combustion Chambers of Gas-Turbine Plants. *Word Journal of Engineering and Technology*. 2017. № 5. P. 358–375.
16. Makarov A.N. Teploobmen v elektrodugovyh staleplavil'nyh i fakel'nyh nagrevatel'nyh pechah, topkakh parovyh kotlov, kamerah sgoraniya gazoturbinnnyh ustanovok [Heat transfer in electric arc steel-smelting and flare heating furnaces, furnaces of steam boilers, combustion chambers of gas turbine plants]. Moscow – Vologda: Infra-Engineering. 2022. 452 p.

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

*MAKAROV Anatoly Nikolaevich* – Doctor of Engineering Sciences, Professor, Head of the Department of Power Supply and Electrical Engineering, Tver State Technical University, 22, embankment of A. Nikitin, Tver, 170026, Russia. E-mail: tgtu\_kafedra\_ese@mail.ru

#### CITATION FOR AN ARTICLE

Makarov A.N. Mathematical evidence of the laws of quantum thermal radiation of gas volumes. Part II. Laws of quantum thermal radiation of spherical gas volumes // *Vestnik of Tver State Technical University. Series «Building. Electrical engineering and chemical technology»*. 2023. No. 3 (19), pp. 54–62.