

33. Hongzhan N.I. Hybrid of ARIMA and SVMs for short-term load fore-casting. *International Conference on Future Energy, Environment and Materials*. 2012, pp. 1455–1460.

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

MARINOVA Svetlana Vasilevna – Senior Lecturer of the Department of Power Supply and Electrical Equipment, Tver State Technical University, 22, embankment of Af. Nikitin, Tver, 170026, Russia. E-mail: sv.marinova@yandex.ru

CITATION FOR AN ARTICLE

Marinova S.V. Energy forecasting as a sphere of system approach and experimental solutions on the based existing models and methods // Vestnik of Tver State Technical University. Series «Building. Electrical engineering and chemical technology». 2021. No. 3(11), pp. 50–65.

УДК 629.7.052

О ЦЕНТРАХ СИММЕТРИИ ПЛОСКОЙ ВЫПУКЛОЙ ПЛАСТИНЫ

Ал.А. Шум¹, А.М. Ветошкин², Ан.А. Шум¹

¹Тверской государственный технический университет (г. Тверь)

²Мытищинский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана
(г. Мытищи, Московская область)

© Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А., 2021

Аннотация. Рассматривается понятие центра n -симметрии плоской пластины. Частными случаями n -симметрии являются s -симметрия и c -симметрия (соответственно 0-симметрия и 1-симметрия). Установленный ранее достаточный критерий совпадения центра c -симметрии плоской выпуклой пластины с началом координат переносится на общий случай n -симметрии.

Ключевые слова: симметрия, c -симметрия, s -симметрия, n -симметрия, центр симметрии, линия полумасс, линия равновесия, функция плотности, масса, центр масс, электрическая машина.

DOI: 10.46573/2658-7459-2021-65-72

ВВЕДЕНИЕ

Изготовление и балансировка деталей электрических машин требует ответственного отношения к выбору технологий и методов обработки. При выборе из множества современных технологий механической и физико-технической обработки деталей машин (разнообразие которых описано, например, в работах [1–13]) важно учитывать распределение массы внутри обрабатываемой детали. Существенное значение при этом может иметь наличие в распределении массы той или иной симметрии. Поэтому представляет интерес изучение вопросов симметрии распределения массы внутри деталей машин. При таком изучении рассматриваемые детали могут либо представлять собой объемные тела, либо быть плоскими пластинами. Имеется целый ряд исследований, посвященных изучению разных видов симметрии как плоских, так и объемных деталей. Так, в работах [14–20, 25, 26] изучались вопросы симметрии пластин (плоских деталей), а

в статьях [21–24] рассматривались вопросы симметрии тел (объемных деталей). Настоящая статья продолжает исследования симметрии пластин. В работе [25] был установлен один полезный критерий c -симметрии для плоской выпуклой пластины. Позже в работе [26] было введено общее понятие n -симметрии, которое в частном случае при $n = 1$ совпадает с понятием c -симметрии. В настоящей статье критерий из работы [25] переносится на общий случай n -симметрии.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБОСНОВАНИЯ

Прежде всего напомним основные определения (они приведены в работах [25, 26]).

Простой областью называется область плоскости, ограниченная замкнутой линией без самопересечений (граница области считается частью области, таким образом, всякая простая область *замкнута*). Точки простой области, не лежащие на ее границе, являются *внутренними* точками этой области. Простая область называется *выпуклой*, если всякая прямая, проведенная через любую ее внутреннюю точку, пересекает границу данной области ровно в двух точках. Под *областью* понимается простая область или объединение нескольких простых областей. Область S_1 называется *подобластью* области S , если $S_1 \subseteq S$. Простая область S вместе с определенной в этой области непрерывной неотрицательной функцией (*функцией плотности*) называется *пластиной* D . Подобласть области S вместе с соответствующим ограничением функции плотности называется *подпластиной* пластины D (заметим, что область подпластины, в отличие от области пластины, не обязана быть простой). Пластина D является *выпуклой*, если выпукла соответствующая ей область S .

Функцию плотности пластины D удобно записывать в виде $f(\varphi, \rho)$, считая заданной подходящую полярную систему координат (заметим, что при переходе от одной системы координат к другой выражение функции $f(\varphi, \rho)$ через координаты изменяется, хотя сама функция, как функция точки, остается неизменной).

Если на плоскости заданы прямая L и пластина D с областью S и функцией плотности $f(\varphi, \rho)$, то *моментом n -го порядка пластины D относительно прямой L* называется $M_n(D) = \iint_S (r(\varphi, \rho))^n f(\varphi, \rho) \rho d\rho d\varphi$, где $r(\varphi, \rho)$ – расстояние от точки (φ, ρ) до

прямой L . Заметим, что значение момента $M_n(D)$ не зависит от выбора системы координат, поскольку функция $f(\varphi, \rho)$ и функция $r(\varphi, \rho)$ при заданной прямой L являются функциями точки пластины.

Отдельно следует рассмотреть моменты нулевого, первого и второго порядков.

Момент нулевого порядка пластины D не зависит от прямой L и равен *массе* пластины D : $M_0(D) = \iint_S (r(\varphi, \rho))^0 f(\varphi, \rho) \rho d\rho d\varphi = \iint_S f(\varphi, \rho) \rho d\rho d\varphi = m(D)$.

Момент первого порядка пластины D относительно прямой L представляет собой *статический момент* пластины D относительно прямой L в смысле традиционного определения [27]: $M_1(D) = \iint_S r(\varphi, \rho) f(\varphi, \rho) \rho d\rho d\varphi$.

Момент второго порядка пластины D относительно прямой L представляет собой *момент инерции* пластины D относительно прямой L в смысле традиционного определения [27]: $M_2(D) = \iint_S (r(\varphi, \rho))^2 f(\varphi, \rho) \rho d\rho d\varphi$.

Прямая линия называется *линией n -симметрии пластины*, если она делит данную пластину на две подпластины так, что моменты n -го порядка этих подпластин относительно рассматриваемой прямой одинаковы. Как следует из определений статьи [16], линии 0-симметрии пластины – это *линии полумасс* (они делят пластину на подпластины одинаковой массы), а линии 1-симметрии – это *линии равновесия* (они делят пластину на подпластины с равными статическими моментами; напомним, что пластина, положенная на лезвие бритвы вдоль такой прямой, сохранит равновесие). Линии 2-симметрии пластины – это прямые, которые делят пластину на две подпластины с равными моментами инерции.

Точка пересечения всех линий n -симметрии пластины называется *центром n -симметрии данной пластины*. Таким образом (в силу определений из статьи [16]), центр 0-симметрии пластины – это ее центр *s -симметрии (центр полумасс)*, а центр 1-симметрии пластины – это ее *центр c -симметрии (центр масс)*. Как было установлено в работах [14, 15], центр 1-симметрии всегда существует, в то время как центр 0-симметрии может не существовать. Там же было показано, что в случае, когда существуют оба эти центра симметрии, они могут не совпадать.

В работе [25] доказан достаточный критерий совпадения центра c -симметрии плоской выпуклой пластины с началом координат. Следующая лемма распространяет этот критерий на общий случай n -симметрии (напомним, что функция угла φ называется *полярно симметричной*, если она имеет период π ; значения такой функции для углов φ , определяющих в рамках полярной системы координат противоположные направления, одинаковы).

Лемма. Пусть начало координат полярной системы является внутренней точкой некоторой выпуклой области S пластины D с функцией плотности $f(\varphi, \rho)$, $r(\varphi)$ – расстояние от начала координат до границы этой области вдоль луча, определяемого

углом φ , и функция $F_n(\varphi) = \int_0^{r(\varphi)} f(\varphi, \rho) \rho^{n+1} d\rho$ является полярно симметричной. Тогда

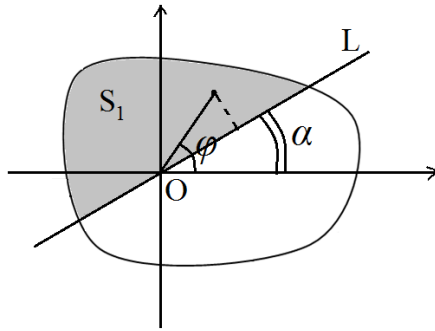
пластина D имеет центр n -симметрии в начале координат.

Доказательство. Пусть выполнены условия леммы и прямая L , проведенная через начало координат под углом α ($0 \leq \alpha < \pi$) к горизонтальной оси, делит пластину D на две подпластины – D_1 и D_2 – с областями S_1 и S_2 соответственно. Тогда вычисление момента n -го порядка пластины D_1 относительно прямой L будет выглядеть так (рисунок а):

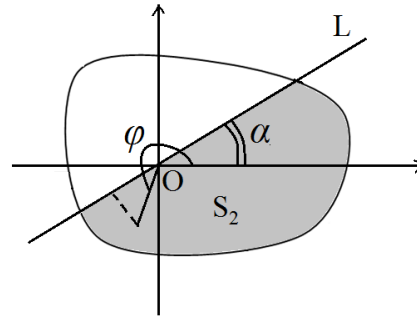
$$\begin{aligned} M_n(D_1) &= \iint_{S_1} (r(\varphi, \rho))^n f(\varphi, \rho) \rho d\rho d\varphi = \iint_{S_1} (\rho \sin(\varphi - \alpha))^n f(\varphi, \rho) \rho d\rho d\varphi = \\ &= \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} d\varphi \int_0^{r(\varphi)} \rho^n \sin^n(\varphi - \alpha) f(\varphi, \rho) \rho d\rho = \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} \sin^n(\varphi - \alpha) d\varphi \int_0^{r(\varphi)} f(\varphi, \rho) \rho^{n+1} d\rho = \\ &= \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} \sin^n(\varphi - \alpha) F_n(\varphi) d\varphi. \end{aligned}$$

Вычисление момента n -го порядка пластины D_2 относительно прямой L выглядит похожим образом (рисунок б), причем на заключительном его этапе используется полярная симметрия функции $F_n(\varphi)$:

$$\begin{aligned}
 M_n(D_2) &= \iint_{S_2} (r(\varphi, \rho))^n f(\varphi, \rho) \rho d\rho d\varphi = \iint_{S_2} (\rho \sin(\varphi - \alpha))^n f(\varphi, \rho) \rho d\rho d\varphi = \\
 &= \int_{\alpha+\pi}^{\alpha+2\pi} d\varphi \int_0^{r(\varphi)} \rho^n \sin^n(\varphi - \pi - \alpha) f(\varphi, \rho) \rho d\rho = \int_{\alpha+\pi}^{\alpha+2\pi} \sin^n(\varphi - \pi - \alpha) d\varphi \int_0^{r(\varphi)} f(\varphi, \rho) \rho^{n+1} d\rho = \\
 &= \int_{\alpha+\pi}^{\alpha+2\pi} \sin^n(\varphi - \pi - \alpha) F_n(\varphi) d\varphi = \left\{ \begin{array}{l} t = \varphi - \pi \\ \varphi = t + \pi \\ d\varphi = dt \end{array} \right\} = \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} \sin^n(t - \alpha) F_n(t + \pi) dt = \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} \sin^n(t - \alpha) F_n(t) dt.
 \end{aligned}$$



а



б

К вычислению момента: а – $M_n(D_1)$; б – $M_n(D_2)$

Таким образом, моменты $M_n(D_1)$ и $M_n(D_2)$ оказались одинаковы. Поскольку L представляет собой прямую, произвольно проведенную через начало координат, следовательно, всякая прямая, проходящая через начало координат, делит пластину D на две подпластины, имеющие равные моменты n -го порядка. Это в свою очередь означает, что начало координат является центром n -симметрии пластины D .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Доказанный критерий имеет своим частным случаем лемму 2 из работы [25] (утверждение этой леммы получается при $n = 1$). В случае когда $n = 0$, этот достаточный критерий оказывается также и необходимым (это утверждает лемма 1 из работы [25]). Между тем в общем случае установленный достаточный критерий необходимым не является (это подтверждает рассмотренный в работе [25] пример с правильным однородным треугольником). Тем не менее этот достаточный критерий может иметь полезные применения (пример применения критерия при $n = 1$ также рассмотрен в работе [25]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артамонов Б.А., Волков Ю.С., Дрожжалова В.И., Седыхин Ф.В., Смоленцев В.П., Ямпольский В.М. Электрофизические и электрохимические методы обработки материалов: учебное пособие. В 2 т. М.: Высшая школа, 1983. Т. 1. 247 с. Т. 2. 208 с.
2. Верещака А.С. Работоспособность режущего инструмента с износостойкими покрытиями. М.: Машиностроение, 1993. 336 с.

3. Вороничев Н.М., Гартаковский Ж.Э., Генин В.Б. Автоматические линии из агрегатных станков. М.: Машиностроение, 1979. 487 с.
4. Дальский А.М., Гаврилюк В.С. Механическая обработка материалов: учебник для вузов. М.: Машиностроение, 1981. 266 с.
5. Немилов Е.Ф. Электроэрозионная обработка материалов. Л.: Машиностроение, 1983. 160 с.
6. Подураев В.Н. Автоматически регулируемые и комбинированные процессы резания. М.: Машиностроение, 1977. 303 с.
7. Силин С.С. Метод подобия при резании материалов. М.: Машиностроение, 1979. 152 с.
8. Старков В.К. Обработка резанием. Управление стабильностью и качеством в автоматизированном производстве. М.: Машиностроение, 1989. 297 с.
9. Трент Е.М. Резание металлов. М.: Машиностроение, 1980. 263 с.
10. Участки для электроэрозионной обработки рабочих деталей вырубных штампов и пресс-форм: методические рекомендации по проектированию. М.: ОНТИ ЭНИМС, 1983. 47 с.
11. Этин А.О. Кинематический анализ и выбор эффективных методов обработки лезвийным инструментом. М.: Машгиз, 1953. 173 с.
12. Янюшкин А.С., Шоркин В.С. Контактные процессы при электроалмазном шлифовании. М.: Машиностроение-1, 2004. 230 с.
13. Ящерицын П.И., Фельдштейн Е.Э., Корниевич М.А. Теория резания. Минск: Новое знание, 2006. 512 с.
14. Шум Ал.А. О симметрии функций, определенных в круге // *Вестник Тверского государственного технического университета*. 2014. Вып. 25. С. 3–8.
15. Шум Ал.А. Замечание об s -симметричных функциях // *Вестник Тверского государственного технического университета*. 2015. Вып. 27. С. 3–6.
16. Шум Ал.А. О центрах симметрии функции двух переменных // *Вестник Тверского государственного технического университета*. 2016. Вып. 30. С. 19–23.
17. Шум Ал.А. О центрах симметрии функции, определенной в выпуклой области плоскости // *Вестник Тверского государственного технического университета*. 2017. Вып. 31. С. 19–22.
18. Шум Ал.А. Симметрическая линия функции двух переменных // *Вестник Тверского государственного технического университета*. 2017. Вып. 32. С. 103–105.
19. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. Симметрическая линия правильного однородного треугольника // *Вестник Тверского государственного технического университета*. 2018. Вып. 34. С. 47–53.
20. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. Параметрические уравнения симметрической линии правильного однородного треугольника // *Вестник Тверского государственного технического университета*. 2018. Вып. 34. С. 44–47.
21. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. Замечание о симметрии функций, определенных в шаре // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Технические науки»*. 2019. № 3 (3). С. 38–46.
22. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. Об одной критерии s -симметрии функции трех переменных // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Технические науки»*. 2019. № 4 (4). С. 30–35.

23. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. О центрах симметрии функции трех переменных // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии»*. 2020. № 1 (5). С. 71–78.
24. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. О центрах симметрии функции, определенной в выпуклой области пространства // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии»*. 2020. № 2 (6). С. 57–65.
25. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. Замечание о центрах s -симметрии и c -симметрии плоской пластины // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии»*. 2021, № 1 (9). С. 63–70.
26. Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. Моменты плоской пластины относительно прямой и некоторые вопросы симметрии // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии»*. 2021. № 2 (10). С. 78–84.
27. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике (полный курс). М.: АЙРИС ПРЕСС, 2007. 604 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ШУМ Александр Анатольевич – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», 170026, г. Тверь, наб. Аф. Никитина, д. 22. E-mail: shum@tstu.tver.ru

ВЕТОШКИН Александр Михайлович – канд. техн. наук, доцент кафедры прикладной математики, информатики и вычислительной техники, Мытищинский филиал Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана (МФ МГТУ), 141005, г. Мытищи, ул. 1-я Институтская, д. 1. E-mail: vetkin@mgul.ac.ru

ШУМ Анатолий Александрович – магистрант факультета информационных технологий, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», 170026, г. Тверь, наб. Аф. Никитина, д. 22.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Шум Ал.А., Ветошкин А.М., Шум Ан.А. О центрах симметрии плоской выпуклой пластины // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии»*. 2021. № 3 (11). С. 65–72.

ON THE CENTERS OF SYMMETRY OF A FLAT CONVEX PLATE

Al.A. Shum¹, A.M. Vetoshkin², An.A. Shum¹

¹*Tver State Technical University (Tver)*

²*Mytishchi filial of MSTU named after N. Uh. Bauman (Mytishchi, Moscow region)*

Abstract. The concept of the center of n -symmetry of a flat plate is considered. Special cases of n -symmetry are s -symmetry and c -symmetry (0-symmetry and 1-symmetry, respectively). The previously established sufficient criterion for the coincidence of the center of c -symmetry of a flat convex plate with the origin is transferred to the general case of n -symmetry.

Keywords: symmetry, c -symmetry, s -symmetry, n -symmetry, center of symmetry, half-mass line, equilibrium line, density function, mass, center of mass, electric machine.

REFERENCES

1. Artamonov B.A., Volkov Yu.S., Drozhzhhalova V.I., Sedykhin F.V., Smolentsev V.P., Yampolsky V.M. Elektrofizicheskie i elektrohimicheskie metody obrabotki materialov [Electrophysical and electrochemical methods of processing materials]: manual. In 2 v. M.: Vysshaja shkola, 1983. Vol. 1. 247 p. Vol. 2. 208 p.
2. Vereschaka A.S. Rabotosposobnost' rezhushchego instrumenta s iznosostojkimi pokrytiami [The performance of the cutting tool with wear-resistant coatings]. M.: Mashinostroenie, 1993. 336 p.
3. Voronichev N.M., Tartakovskiy J.E., Genin V.B. Avtomaticheskie linii iz agregatnyh stankov [Automatic lines of modular machines]. M.: Mashinostroenie, 1979. 487 p.
4. Dalskiy A.M., Gavrilyuk V.S. Mekhanicheskaya obrabotka materialov [Mechanical treatment of materials]: college textbook. M.: Mechanical Engineering, 1981. 266 p. (In Russian).
5. Nemilov E.F. Elektroerozionnaya obrabotka materialov [Electroerosion treatment of materials]. L.: Mashinostroenie, 1983. 160 p.
6. Poduraev V.N. Avtomaticheski reguliruyemye i kombinirovannye processy rezaniya [Automatically adjustable and combined cutting processes]. M.: Mashinostroenie, 1977. 303 p.
7. Silin S.S. Metod podobiya pri rezanii materialov [Method of similarity when cutting materials]. M.: Mashinostroenie, 1979. 152 p.
8. Starkov V.K. Obrabotka rezaniem. Upravlenie stabil'nost'yu i kachestvom v avtomatizirovannom proizvodstve [Cutting processing. Stability and quality management in automated production]. M.: Mashinostroenie, 1989. 297 p.
9. Trent E.M. Rezanie metallov [Metal cutting]. M.: Mashinostroenie, 1980. 263 p. (In Russian).
10. Uchastki dlya elektroerozionnoy obrabotki rabochih detalej vyrubnyh shtampov i press-form [Areas for electrical discharge machining of working parts of cutting dies and molds]: design guidelines. M.: ONTI ENIMS, 1983. 47 p.
11. Etin A.O. Kinematicheskij analiz i vybor effektivnyh metodov obrabotki lezvijnym instrumentom [Kinematic analysis and selection of effective methods of processing with a climbing tool]. M.: Mashgiz, 1953. 173 p.
12. Yanushkin A.S., Shorkin V.S. Kontaktnye processy pri elektroalmaznom shlifovanii [Contact processes in electro-diamond grinding]. M.: Mashinostroenie-1, 2004. 230 p.
13. Yastcheritsyn P.I., Feldshtein E.E., Korniewicz M.A. Teoriya rezaniya [Theory of cutting]. Minsk: Novoe znanie, 2006. 512 p.
14. Shum A.I.A. On the symmetry of the functions defined in the circle. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehnikeskogo universiteta*. 2014. Vol. 25, pp. 3–8. (In Russian).
15. Shum A.I.A. The comment about s -symmetric functions. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehnikeskogo universiteta*. 2015. Vol. 27, pp. 3–6. (In Russian).
16. Shum A.I.A. About the centers of symmetry of a function of two variables. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehnikeskogo universiteta*. 2016. Vol. 30, pp. 19–23. (In Russian).
17. Shum A.I.A. About the centers of symmetry of a function defined in a convex domain of the plane. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehnikeskogo universiteta*. 2017. Vol. 31, pp. 19–22. (In Russian).
18. Shum A.I.A. Symmetric line of a function of two variables. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehnikeskogo universiteta*. 2017. Vol. 32, pp. 103–105. (In Russian).

19. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. The symmetric line of a regular homogeneous triangle. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta*. 2018. Vol. 34, pp. 47–53. (In Russian).
20. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. Parametric equations of the symmetric line of a regular homogeneous triangle. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta*. 2018. Vol. 34, pp. 44–47. (In Russian).
21. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. A note on the symmetry of functions defined in a ball. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Seriya «Tehniceskije nauki»*. 2019. No. 3 (3), pp. 38–46. (In Russian).
22. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. On one criterion of s -symmetry of a function of three variables. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Seriya «Tehniceskije nauki»*. 2019. No. 4 (4), pp. 30–35. (In Russian).
23. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. About the centers of symmetry of a function of three variables. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Seriya «Stroitel'stvo. Elektrotehnika i himicheskie tehnologii»*. 2020. No. 1 (5), pp. 71–78. (In Russian).
24. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. About the centers of symmetry of the function, defined in a convex area of space. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Seriya «Stroitel'stvo. Elektrotehnika i himicheskie tehnologii»*. 2020. No. 2 (6), pp. 57–65. (In Russian).
25. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. A note on the centers of s -symmetry and c -symmetry of a flat plate. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Seriya «Stroitel'stvo. Elektrotehnika i himicheskie tehnologii»*. 2021. No. 1 (9), pp. 63–70. (In Russian).
26. Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. Moments of a flat plate relative to a straight line and some questions of symmetry. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta. Seriya «Stroitel'stvo. Elektrotehnika i himicheskie tehnologii»*. 2021. No. 2 (10), pp. 78–84. (In Russian).
27. Pismennyi D.T. Lecture notes on higher mathematics (full course). M: AIRIS PRESS, 2007. 604 p.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

SHUM Alexander Anatolievich – Associate Professor of the Department of Mathematics, Tver State Technical University, 22, embankment of Af. Nikitin, Tver, 170026, Russia. E-mail: shum@tstu.tver.ru

VETOSHKIN Alexander Mikhailovich – Associate Professor in the Department of Applied Mathematics, Informatics and Computer Engineering, MF Moscow State Technical University named after N.E. Bauman, 1, 1st Institutskaya street, Mytishchi city, 141005, Russia. E-mail: vetkin@mgul.ac.ru

SHUM Anatolij Alexandrovich – Master's Student of the Faculty of Information Technologies, Tver State Technical University, 22, embankment of Af. Nikitin, Tver, 170026, Russia.

CITATION FOR AN ARTICLE

Shum Al.A., Vetoshkin A.M., Shum An.A. On the centers of symmetry of a flat convex plate // *Vestnik of Tver State Technical University. Series «Building. Electrical engineering and chemical technology»*. 2021. No. 3 (11), pp. 65–72.