

УДК 624.046.3

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ СТАЛИ  
ДЛЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ НАГРУЖЕНИЯ  
В ПРОГРАММЕ ДЛЯ ЭВМ**

***С.В. Черемных***

*Тверской государственной технической университет (г. Тверь)*

© Черемных С.В., 2021

**Аннотация.** В статье рассмотрена теория устойчивости оболочек за пределом упругости. Отмечен важный аспект: так как в зависимости от истории процесса нагружения упругопластической системы ее окончательная деформация, соответствующая одной и той же внешней нагрузке, различная, то при исследовании задач неупругой устойчивости следует исходить из анализа простых комбинированных процессов нагружения, приводящих к различным критическим деформациям. Изучен не только вопрос об истории нагружения, которая приводит к минимальному значению критических нагрузок, но и вопрос о выборе и осуществлении такой истории нагружения данной системы, которая дает для нее максимальное значение предела устойчивости и несущей способности. Предложены инновационные методы решения задачи устойчивости при простом пропорциональном нагружении для прямолинейных траекторий, реализуемые в разработанной программе для ЭВМ.

**Ключевые слова:** программа для ЭВМ, устойчивость, бифуркация, оболочка, простое нагружение, траектория, деформация, механика.

**DOI: 10.46573/2658-7459-2021-37-46**

**ВВЕДЕНИЕ**

Современная идея рационального применения материалов путем снижения коэффициентов запаса прочности и устойчивости может быть реализована как благодаря совершенствованию методов расчета с помощью современных программных комплексов, так и благодаря использованию ресурса материалов с учетом упругопластической стадии деформирования. Одним из наиболее оптимальных сечений в современном строительстве является трубчатое. К такому сечению могут относиться стальные электросварные прямошовные трубы, выполненные по ГОСТ 10704-91, трубы стальные бесшовные и сварные холоднодеформированные общего назначения, выполненные по ГОСТ 32678-2014, и трубы стальные водогазопроводные, изготовленные согласно ГОСТ 3262-75. Принятые в данных государственных стандартах сечения могут использоваться для различного рода требований. Круглые сечения используют на объектах нефтегазовой и химической промышленности, в лабораториях, авиастроении, машиностроении, промышленном и гражданском строительстве. Трубчатые образцы обладают различными свойствами и разным составом материалов, из которых они изготовлены [3–8].

В учебных и научных целях для изучения сечений круглой формы в настоящее время используют образцы, выполненные в виде тонкостенных цилиндрических оболочек из сталей различных марок, таких как Ст3кп, Ст4пс, Ст5сп, которые относятся по ГОСТ 380-2005 к углеродистым сталям обыкновенного качества. Стоит отметить, что применение именно тонкостенных оболочек позволяет раскрыть весь потенциал круглого замкнутого сечения, изучить его поведение при различных нагрузках и воздействиях, систематизировать полученные решения и сделать ряд выводов о применимости данных материалов для развития современной строительной механики и механики деформируемого твердого тела [9, 10].

Исследователю необходим, помимо образцов для испытаний, современный комплекс, благодаря которому можно в полной мере раскрыть все свойства испытываемого образца. Этим требованиям соответствует автоматизированный расчетно-экспериментальный комплекс СН-ЭВМ, разработанный в лаборатории механических испытаний кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности Тверского государственного технического университета. Большое количество задач на устойчивость за пределом упругости при комбинированном нагружении на данной испытательной машине решили ученые-механики тверской научной школы, образовавшейся на основе теории В.Г. Зубчанинова.

Эксперименты по определению точки потери устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек при простом нагружении за пределом упругости стали первым шагом в опытной проверке физической достоверности различных вариантов теории пластичности, используемых при решении задач устойчивости оболочек. Однако эти исследования проводились на ограниченном классе плоских траекторий, например при сжатии с кручением или при сжатии с внутренним давлением, передаваемым на оболочку. Проблема устойчивости существенно нелинейна, а потому ее линейный анализ следует понимать только как аппроксимацию истинного явления.

Накопление новых теоретических и экспериментальных данных, которые были получены при изучении устойчивости тонкостенных упругопластических оболочечных систем в сложном напряженном состоянии, имеет особое значение для разработки эффективных методов инженерного расчета сооружений [11–15]. Исследованные методы впоследствии будут использоваться в системе автоматизированного проектирования и обеспечат максимальную достоверность расчета тонкостенных конструкций.

В современных программных комплексах задействован ряд алгоритмов, с помощью которых решают задачи устойчивости, опираясь на различные теории. Наиболее полной из этих теорий является теория устойчивости А.А. Ильюшина, однако программ ЭВМ, в которых учтены все особенности простого нагружения в момент потери устойчивости оболочек, не существует.

Согласно ст. 1261 Гражданского кодекса, программой для ЭВМ является представленная в объективной форме совокупность данных и команд, предназначенных для функционирования ЭВМ и других компьютерных устройств в целях получения определенного результата, включая подготовительные материалы, полученные в ходе разработки программы для ЭВМ, и порождаемые ею аудиовизуальные отображения.

В данной работе рассматривается соответствие разработанного программного комплекса ЭВМ теоретическим расчетам для решения задачи устойчивости при простом нагружении оболочек из стали без и с учетом разгрузки материала для пропорциональных

процессов докритического нагружения. Приведены примеры программ расчетов упругопластических оболочек на устойчивость, которые выступают наиболее полными иллюстрациями автоматизированных решений поставленных задач.

### МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Изучение и оценка влияния простого нагружения на напряженно-деформированное состояние в цилиндрических тонкостенных оболочках постоянной толщины в процессах докритического растяжения, сжатия и внутреннего давления – важные, актуальные задачи, решение которых необходимо для проектирования и оптимизации тонкостенных конструкционных материалов и изделий.

Рассмотрим теоретический аспект решения задачи устойчивости тонкостенной цилиндрической оболочки для процессов пропорционального нагружения за пределом упругости [16].

При принятых допущениях решение данной задачи сводится к решению задачи о собственных числах, на основе которой можно вычислить значение гибкости оболочки  $i = 3R/h$  в зависимости от величины модуля вектора напряжений  $\sigma$  и параметров волнообразования  $m$  и  $n$ , реализующихся при потере устойчивости. При расчетах на основе теории устойчивости А.А. Ильюшина система алгебраических уравнений принимает вид:

$$\begin{aligned} i^2 \frac{\sigma}{Eg_1} \left( -K_* - \frac{EN_1^*}{2\sigma\theta} \lambda_m^4 \right) + i \frac{3}{2} \frac{N_1^* \Phi^*}{g_1 \theta} \lambda_m^2 K_* S_* &= \\ = (\lambda_m^2 + n^2)^2 - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{g_2}{g_1} \right) K_*^2 + \frac{9}{8} \frac{N_1^* \Phi^{*2}}{g_1 \theta} K_*^2 S_*^2; & \quad (1) \\ C\theta = \frac{N_1^*}{2} \lambda_m^2 - \frac{3}{4} \frac{N_1^* \Phi^*}{i} K_* S_* &, \end{aligned}$$

где  $E$  – модуль Юнга;  $m, n$  – целые числа, определяющие число полуволн в направлениях  $x_1$  и  $x_2$  соответственно ( $x_1$  – в направлении образующей,  $x_2$  – в окружном направлении);  $N$  – функция пластичности;  $\Phi$  – функция напряжений;

$$\begin{aligned} K_* = \sigma_{11}^* + \sigma_{22}^* r^2 - 2\sigma_{12}^* r; \quad S_* = S_{11}^* r^2 + S_{22}^* + 2S_{12}^* r; \quad \sigma_{ij}^* = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma}; \quad S_{ij}^* = \frac{S_{ij}}{\sigma}; \\ \theta = (\lambda_m^2 + n^2)^2 - \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{N_1^*}{P_1^*} \right) S_*^2; \quad C = \frac{B}{ER^2 A}; \quad \Phi^* = \frac{P_2^*}{P_1^*} - \frac{N_2^*}{N_1^*}; \quad \lambda_m = \frac{m\pi R}{L}; \\ g_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{3}{2} \left( N_3^* - \frac{N_2^{*2}}{N_1^*} \right); \quad g_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{3}{2} \left( P_3^* - \frac{P_2^*}{P_1^*} \right); \quad D = \frac{Eh^3}{9}; \\ N_m^* = \int_{-1}^{+1} \left( \frac{N}{2G} \right) z^{*(m-1)} dz^*; \quad P_m^* = \int_{-1}^{+1} \left( \frac{P}{2G} \right) z^{*(m-1)} dz^*; \quad P = \frac{d\sigma}{dS} \cdot \frac{1}{\cos \vartheta_1}; \quad z^* = \frac{z}{h}; \\ N_m = \int_{-h/2}^{h/2} N z^{m-1} dz, \quad P_m = \int_{-h/2}^{h/2} P z^{m-1} dz, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $D_1$  – пластическая жесткость оболочки.

Для определяющих функций пластичности принимаем аппроксимации

$$\begin{cases} N = 2G(1 - \omega), & P = 2G(1 - \lambda), & 0 \leq \vartheta_1 \leq \pi/2; \\ N = P = 2G, & & \pi/2 \leq \vartheta_1 \leq \pi, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\omega$  – параметр пластичности А.А. Ильюшина;  $\lambda$  – параметр разупрочнения.

В основу модифицированной теории устойчивости оболочек за пределом упругости В.Г. Зубчанинова [1] положено предположение, что бесконечно малое продолжение процесса, связанное с бифуркацией, является простым или локально простым. В этом случае

$$\dot{\sigma} = P\dot{\varepsilon}, \quad \dot{s}_{ij} = P\dot{\varepsilon}_{ij}, \quad (4)$$

где для зоны пластической догрузки  $P = 2G_k$ , а для зоны разгрузки  $P = 2G$ .

Основные уравнения задачи принимают вид [1, 2]:

$$\begin{cases} i^2 = \frac{Eg_2}{\sigma} (\lambda_m^2 + n^2)^2 \left[ -K_* - \frac{EP_1^* \lambda_m^4}{2\sigma\theta} \right]^{-1}; \\ C\theta = \frac{P_1^*}{2} \lambda_m^2, \quad \theta = (\lambda_m^2 + n^2)^2. \end{cases} \quad (5)$$

При решении выражения (5) можно получить новые уравнения задачи устойчивости по теории пластин и оболочек в момент бифуркации, позволяющие оценить достоверность известных решений по другим теориям, например теории устойчивости А.А. Ильюшина (см. формулу (1)).

Уравнения (1)–(5) являются основными выдержками из математически сложной задачи, которая подробно раскрывается в работах [1, 2, 16–18]. Для облегчения процесса самого расчета было предложено выполнить представленные решения на ЭВМ на языке программирования Visual Basic for Applications (VBA). Этот язык позволяет в кратчайшие сроки проводить верификацию всех теоретических расчетных решений на основе экспериментальных данных для пропорциональных процессов докритического нагружения цилиндрических оболочек за пределом упругости.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Программа выполняет расчет на устойчивость цилиндрических оболочек, изготовленных из материалов со сложными механическими свойствами, и может быть применена для расчета элементов в строительных сооружениях. Она предназначена для решения задачи бифуркации оболочки из стали для пропорциональных процессов в момент потери устойчивости, помогает обработать экспериментальные данные, полученные при процессах нагружения и деформирования материалов, и вывести зависимости для функций, определяющих векторные и скалярные свойства этих материалов. Иными словами, программа отвечает на вопрос о бифуркации оболочки при процессах пропорционального докритического нагружения оболочки осевой сжимающей силой, крутящим моментом и внутренним давлением в девиаторном пространстве деформаций.

Расчеты выполнены для экспериментально реализованных Ч. Джоном процессов на оболочках из стали 45 [1, 2, 16]. Испытано 14 оболочек. Траектории нагружения

приведены на рис. 1 и 2. На рис. 1 оси  $S_1$ – $S_3$  маркированы как компоненты вектора напряжения  $S$  в зависимости от направления траектории, оси  $\mathcal{E}_1$ – $\mathcal{E}_3$  на рис. 2 – компоненты вектора деформации  $\mathcal{E}$ . Экспериментальные точки потери устойчивости на рис. 1 и 2 обозначены как П1–П14.

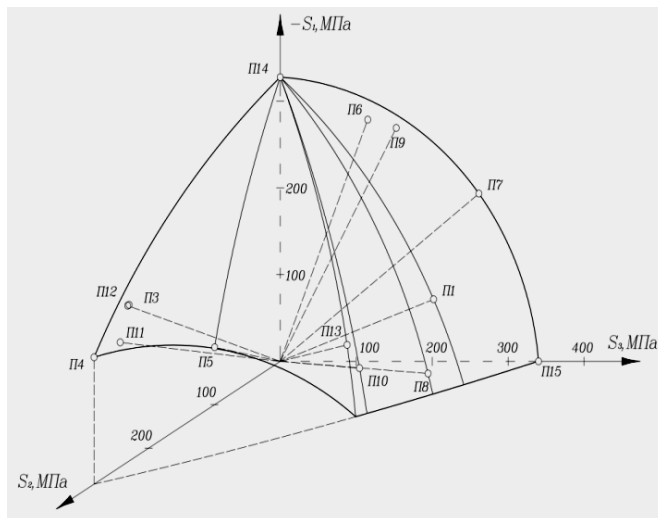


Рис. 1. Поверхность критических напряжений оболочек из стали 45

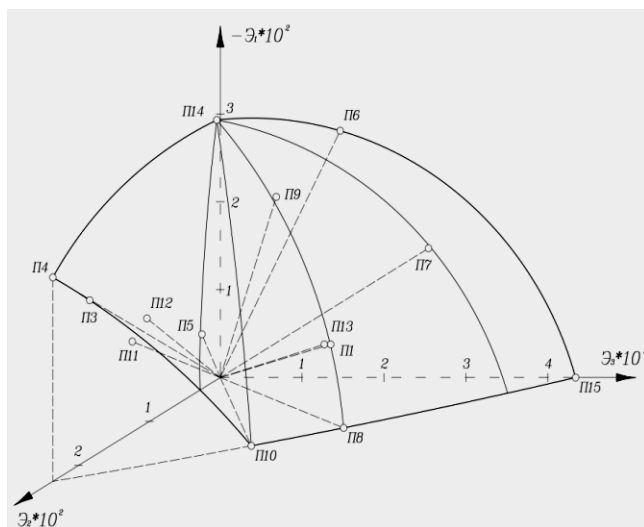
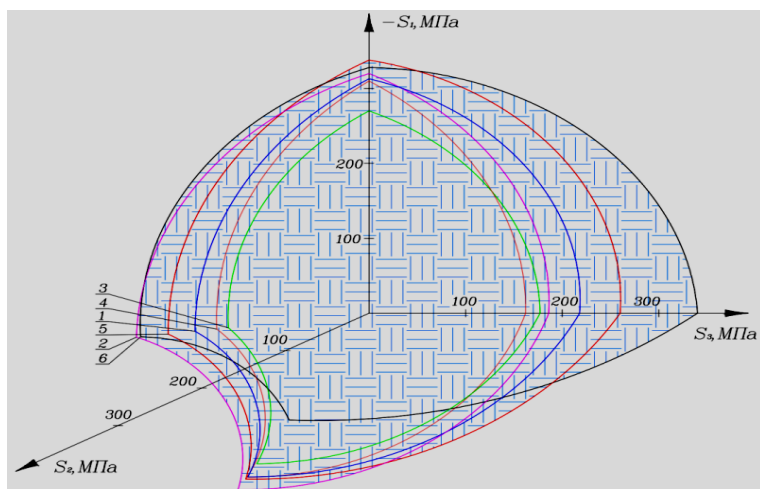


Рис. 2. Поверхность критических деформаций оболочек из стали 45

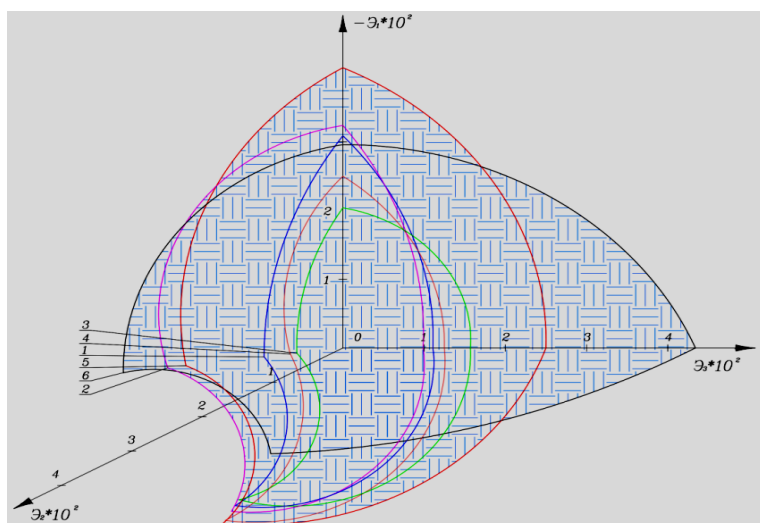
При решении задачи устойчивости цилиндрической оболочки для пропорциональных процессов докритического нагружения во время расчета на ЭВМ в качестве исходных данных вводятся модуль сдвига материала, длина оболочки, радиус оболочки, деформации для первой точки, количество точек, шаг по деформациям, осуществляется выбор варианта теории устойчивости и критериев сравнения по координате границы раздела зон. После ввода данных задаются параметры напряженного состояния и происходит обнуление массива гибкостей при выполнении начальных условий. Далее выполняются непосредственно решение задачи устойчивости и вывод исходных данных

для построения поверхности критических деформаций и напряжений, которые необходимы для оценки влияния на устойчивость нагружения.

Поверхности проецируются на экспериментальной поверхности (см. рис. 1, 2), выполненной для 14 процессов на оболочках из стали 45, и представлены кривыми 1–4 на рис. 3 [16].



а



б

Рис. 3. Поверхность: а – критических напряжений; б – критических деформаций;  
1–6 – кривые поверхностей

Для решения задачи устойчивости оболочки с учетом сложного характера деформирования при сложном докритическом нагружении (поверхность 5 на рис. 3) для пропорциональных процессов при выполнении расчета на ЭВМ в качестве исходных данных вводятся модуль сдвига материала, радиус оболочки, начальное значение модуля деформаций, шаг по деформациям, длина оболочки, материальные параметры, критерий сравнения, а также осуществляется выбор варианта теории устойчивости. После этого

определяются параметры напряженного состояния, выполняются очистка массива гибкостей, расчет начальных условий и аппроксимация диаграммы.

В нулевом приближении решается алгебраическое уравнение при чисто-пластической бифуркации, устанавливаются промежуточные параметры нулевого приближения, осуществляются итерационный процесс, расчет интегралов, решение квадратного уравнения в первом приближении, определяются промежуточные параметры первого приближения и решается задача устойчивости.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Программа ЭВМ предназначена для изучения воздействия нагружения в момент бифуркации на устойчивость металлических оболочек из стали в механике деформируемого твердого тела. Была решена задача комплексного обоснования применяемой теории устойчивости цилиндрических оболочек с учетом простого и сложного нагружения, при этом были вычислены параметры устойчивости при сжатии, кручении, внутреннем давлении и комбинированном нагружении материала.

Результаты исследования, проведенного в статье, могут быть интересны специалистам, занимающимся разработкой моделей пластичности, ресурса и надежности конструкций, использоваться в тестировании как отечественных, так и зарубежных программных комплексов, предназначенных для решения задач устойчивости тонкостенных конструкций, работающих за пределом упругости [17–19].

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Охлопков Н.Л., Соколов С.А., Черемных С.В. Решение задачи бифуркации цилиндрической оболочки с учетом сложного характера деформирования в момент потери устойчивости при сложном докритическом нагружении // *Известия МГТУ «МАМИ». Серия 3: Естественные науки.* 2013. Т. 3. № 1 (15). С. 96–100.
2. Охлопков Н.Л., Черемных С.В. Устойчивость тонкостенных упругопластических конструкций при реализации процессов сложного комбинированного деформирования // *Известия МГТУ «МАМИ». Серия 3: Естественные науки.* 2013. Т. 4. № 2 (24). С. 109–114.
3. Campello E.M.B., Pimenta P.M., Wriggers P. A triangular finite shell element based on a fully nonlinear shell formulation // *Computational Mechanics.* 2003. Vol. 31. No. 6, pp. 505–518. DOI: 10.1007/s00466-003-0458-8
4. Dong J., Zhao J., Shi K. Dynamic behavior and stability of prestressed arch-supported reticulate shell structure // *Advanced Materials Research.* 2011. Vol. 150–151, pp. 188–193. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amr.150-151.188
5. Bochkarev A.V., Zemlyanukhin A.I., Mogilevich L.I. Solitary waves in an inhomogeneous cylindrical shell interacting with an elastic medium // *Acoustical Physics.* 2017. Vol. 63. No. 2, pp. 148–153. DOI: 10.1134/S1063771017020026
6. Sinha S.K., Zylka R.P. Vibration analysis of composite airfoil blade using orthotropic thin shell bending theory // *International Journal of Mechanical Sciences.* 2017. Vol. 121, pp. 90–105. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2016.12.012
7. Zareh M., Qian X. Kirchhoff-law shell formulation based on triangular isogeometric analysis // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.* 2019. Vol. 347, pp. 853–873. DOI: 10.1016/j.cma.2018.12.034
8. Bakulin V.N., Konopelchev M.A., Nedbay A.Ya. Aeroelastic stability of a cylindrical shell of linearly varying thickness // *Doklady Physics.* 2019. Vol. 64. No. 9, pp. 360–364. DOI: 10.1134/S1028335819090015

9. Lavrencic M., Brank B. Hybrid-mixed shell finite elements and implicit dynamic schemes for shell post-buckling // *Advanced Structured Materials*. 2019. Vol. 110, pp. 383–412. DOI: 10.1007/978-3-030-17747-8\_21
10. Chen Z.C., Li W.B., Zhu J.J., Wang X.M. Recovery experiment study of cylindrical 40CrMnSiB steel shell in intermediate phase of expanding fracture processes // *Bingong Xuebao. Acta Armamentarii*. 2018. Vol. 39. No. 11, pp. 2137–2144. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2018.11.007
11. Yudin A.S., Yudin S.A., Sigaeva T.V. Semi-inverse method in the problem of plastic deformation of cylindrical shell // *International Symposium on Physics and Mechanics of New Materials and Underwater Applications (Phenma-2014)*. 2015, pp. 341–351.
12. Mazharimousavi S.H., Halilsoy M., Amen S.N.H. Stability of spherically symmetric timelike thin-shells in general relativity with a variable equation-of-state // *International Journal of Modern Physics*. 2017. Vol. 26. № 14, p. 1750158.
13. Sofiyev A.Y. On the solution of the dynamic stability of heterogeneous orthotropic visco-elastic cylindrical shells // *Composite Structures*. 2018. Vol. 206, pp. 124–130.
14. Tomczyk B., Szczerba P.A. A new asymptotic-tolerance model of dynamic and stability problems for longitudinally graded cylindrical shells // *Composite Structures*. 2018. Vol. 202, pp. 453–481.
15. Van Dung D., Nga N.T., Vuong P.M. Nonlinear stability analysis of stiffened functionally graded material sandwich cylindrical shells with general sigmoid law and power law in thermal environment using third-order shear deformation theory // *Journal of Sandwich Structures and Materials*. 2019. Vol. 21. № 3, pp. 938–972.
16. Охлопков Н.Л., Черемных С.В. О предельных поверхностях критических напряжений и деформаций материала в решении задачи устойчивости круговой цилиндрической оболочки при простых процессах // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. 2012. № 5 (295). С. 30–36.
17. Cheremnykh S., Zubchaninov V., Gulyaev V. Deformation of cylindrical shells of steel 45 under complex loading // *XXII Int. Scientific Conf. «Construction the Formation of Living Environment» (FORM-2019)*. Vol. 97, pp. 1–8. DOI: 10.1051/e3sconf/20199704025
18. Cheremnykh S., Kuzhin M. Solution of the problem of stability of 40X steel shell: modelling and methods of structural analysis // *Journal of Physics Conference Series*. 2020. Vol. 1425, pp. 012191. DOI: 10.1088/1742-6596/1425/1/012191
19. Cheremnykh S.V., Skudalov P.O. SN-EVM unit for experimental studies of stability in circular cylindrical shells under combined loading // *IOP Conference Series Materials Science and Engineering*. 2020. Vol. 786, pp. 012011. DOI: 10.1088/1757-899X/786/1/012011

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ЧЕРЕМНЫХ Степан Валерьевич – старший преподаватель кафедры конструкций и сооружений, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», 170026, г. Тверь, наб. Аф. Никитина, д. 22. E-mail: cheremnykh\_s.v@mail.ru

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Черемных С.В. Решение задачи устойчивости цилиндрической оболочки из стали для пропорциональных процессов нагружения в программе для ЭВМ // Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии». 2021. № 2 (10). С. 37–46.



**SOLUTION OF THE PROBLEM OF STABILITY OF A CYLINDRICAL SHELL  
MADE OF STEEL FOR PROPORTIONAL LOADING PROCESSES  
IN A COMPUTER PROGRAM****S.V. Cheremnykh***Tver State Technical University (Tver)*

**Abstract.** The theory of stability of shells beyond the elastic limit is considered. Marked: since, depending on the history of the loading process of an elastic-plastic system, its final deformation corresponding to the same external load is different, the study of inelastic stability problems should proceed from the analysis of simple combined loading processes leading to various critical deformations. Not only the question of the loading history, which leads to the minimum value of critical loads, is considered, but also the question of choosing and implementing such a loading history of this system, which gives it the maximum value of the stability limit and load-bearing capacity. Innovative methods for solving the problem of stability under simple proportional loading for rectilinear trajectories in the direction of structural mechanics and mechanics of deformable solids, implemented in the developed computer program, are proposed.

**Keywords:** computer program, stability, bifurcation, shell, simple loading, trajectory, deformation, mechanics.

**REFERENCES**

1. Ohlopkov N.L., Sokolov S.A., Cheremnykh S.V. Solution of the problem of bifurcation of a cylindrical shell taking into account the complex nature of deformation at the moment of loss of stability under complex subcritical loading. *Izvestiya MGTU «MAMI». Seriya 3: Estestvennye nauki*. 2013. Vol. 3. No. 1 (15), pp. 96–100. (In Russian).
2. Ohlopkov N.L., Cheremnykh S.V. Stability of thin-walled elastic-plastic structures in the implementation of complex combined deformation processes. *Izvestiya MGTU «MAMI». Seriya 3: Estestvennye nauki*. 2013. Vol. 4. No. 2 (24), pp. 109–114. (In Russian).
3. Campello E.M.B., Pimenta P.M., Wriggers P. A triangular finite shell element based on a fully nonlinear shell formulation. *Computational Mechanics*. 2003. Vol. 31. No. 6, pp. 505–518. DOI: 10.1007/s00466-003-0458-8
4. Dong J., Zhao J., Shi K. Dynamic behavior and stability of prestressed arch-supported reticulate shell structure. *Advanced Materials Research*. 2011. Vol. 150–151, pp. 188–193. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amr.150-151.188
5. Bochkarev A.V., Zemlyanukhin A.I., Mogilevich L.I. Solitary waves in an inhomogeneous cylindrical shell interacting with an elastic medium. *Acoustical Physics*. 2017. Vol. 63. No. 2, pp. 148–153. DOI: 10.1134/S1063771017020026.
6. Sinha S.K., Zylka R.P. Vibration analysis of composite airfoil blade using orthotropic thin shell bending theory. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2017. Vol. 121, pp. 90–105. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2016.12.012
7. Zareh M., Qian X. Kirchhoff–Love shell formulation based on triangular isogeometric analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2019. Vol. 347, pp. 853–873. DOI: 10.1016/j.cma.2018.12.034
8. Bakulin V.N., Konopelchev M.A., Nedbay A.Ya. Aeroelastic stability of a cylindrical shell of linearly varying thickness. *Doklady Physics*. 2019. Vol. 64. No. 9, pp. 360–364. DOI: 10.1134/S1028335819090015

9. Lavrencic M., Brank B. Hybrid-mixed shell finite elements and implicit dynamic schemes for shell post-buckling. *Advanced Structured Materials*. 2019. Vol. 110, pp. 383–412. DOI: 10.1007/978-3-030-17747-8\_21
10. Chen Z.C., Li W.B., Zhu J.J., Wang X.M. Recovery experiment study of cylindrical 40CrMnSiB steel shell in intermediate phase of expanding fracture processes. *Binggong Xuebao*. 2018. Vol. 39. No. 11, pp. 2137–2144. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2018.11.007
11. Yudin A.S., Yudin S.A., Sigaeva T.V. Semi-inverse method in the problem of plastic deformation of cylindrical shell. *International Symposium on Physics and Mechanics of New Materials and Underwater Applications (Phenma-2014)*. 2015, pp. 341–351.
12. Mazharimousavi S.H., Halilsoy M., Amen S.N.H. Stability of spherically symmetric timelike thin-shells in general relativity with a variable equation-of-state. *International Journal of Modern Physics*. 2017. Vol. 26. No. 14, p. 1750158.
13. Sofiyev A.Y. On the solution of the dynamic stability of heterogeneous orthotropic visco-elastic cylindrical shells. *Composite Structures*. 2018. Vol. 206, pp. 124–130.
14. Tomczyk B., Szczerba P.A. A new asymptotic-tolerance model of dynamic and stability problems for longitudinally graded cylindrical shells. *Composite Structures*. 2018. Vol. 202, pp. 453–481.
15. Van Dung D., Nga N.T., Vuong P.M. Nonlinear stability analysis of stiffened functionally graded material sandwich cylindrical shells with general sigmoid law and power law in thermal environment using third-order shear deformation theory. *Journal of Sandwich Structures and Materials*. 2019. Vol. 21. No. 3, pp. 938–972.
16. Ohlopkov N.L., Cheremnykh S.V. On the limiting surfaces of critical stresses and deformations of a material in solving the problem of stability of a circular cylindrical shell in simple processes. *Fundamentalnie i Prikladnie Problemi Tehniki i Tehnologii*. 2012. No. 5 (295), pp. 30–36. (In Russian).
17. Cheremnykh S., Zubchaninov V., Gulyaev V. Deformation of cylindrical shells of steel 45 under complex loading. *XXII Int. Scientific Conf. «Construction the Formation of Living Environment» (FORM-2019)*. Vol. 97, pp. 1–8. DOI: 10.1051/e3sconf/20199704025
18. Cheremnykh S., Kuzhin M. Solution of the problem of stability of 40X steel shell: modelling and methods of structural analysis. *Journal of Physics Conference Series*. 2020. Vol. 1425, pp. 012191. DOI: 10.1088/1742-6596/1425/1/012191
19. Cheremnykh S.V., Skudalov P.O. SN-EVM unit for experimental studies of stability in circular cylindrical shells under combined loading. *IOP Conference Series Materials Science and Engineering*. 2020. Vol. 786, pp. 012011. DOI: 10.1088/1757-899X/786/1/012011

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

*CHEREMNYKH Stepan Valerievich* – Senior Lecturer of the Department of Constructions and Structures, Tver State Technical University, 22, embankment of Af. Nikitin, Tver, 170026, Russia. E-mail: cheremnykh\_s.v@mail.ru

#### CITATION FOR AN ARTICLE

Cheremnykh S.V. Solution of the problem of stability of a cylindrical shell made of steel for proportional loading processes in a computer program // Vestnik of Tver State Technical University. Series «Building. Electrical engineering and chemical technology». 2021. No. 2 (10), pp. 37–46.