

УДК 624.046.3

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ ДЛЯ ТРАЕКТОРИЙ В ВИДЕ ОКРУЖНОСТЕЙ И ДУГ ОКРУЖНОСТЕЙ В ПРОГРАММЕ ДЛЯ ЭВМ

С.В. Черемных

Тверской государственный технический университет (г. Тверь)

© Черемных С.В., 2021

Аннотация. Рассмотрен вопрос влияния учета сложного характера нагружения в момент бифуркации на критические параметры напряжений и деформаций при реализации процессов сложного докритического деформирования круговой цилиндрической оболочки в координатной плоскости \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3 . Уравнения связи напряжений и деформаций при построении образа процесса нагружения приняты в соответствии с определяющими соотношениями гипотезы компланарности [1–3]. Материальные параметры p и q аппроксимаций определяющих функций пластичности при теоретическом построении образа процесса нагружения приняты по принципу наилучшего приближения к опытным данным. Предложены инновационные методы решения задачи устойчивости при сложном нагружении для траекторий в виде окружностей и дуг окружностей.

Ключевые слова: программа для ЭВМ, устойчивость, бифуркация, оболочка, сложное нагружение, траектория, напряжение, деформация.

DOI: 10.46573/2658-7459-2021-1-41-49

ВВЕДЕНИЕ

При использовании материальных ресурсов проектировщики допускают, что в конструкциях могут возникнуть пластические деформации. Если учитывать упруго-пластическую стадию деформирования, можно значительно повысить надежность инженерных расчетов (даже при работе в пределах упругости) за счет более точной оценки предельных нагрузок и коэффициентов запаса устойчивости.

Вопросы применения оболочечных конструкций в авиации, космонавтике, строительных сооружениях и машиностроении, а также учета их работы в экстремальных условиях, т.е. при возникновении пластических деформаций, поставили исследования закономерностей упругопластического деформирования конструкционных материалов при сложном нагружении и деформировании в ряд наиболее важных и актуальных задач механики деформируемого твердого тела и строительной механики в целом.

Как известно, в механике деформируемого твердого тела трудным является вопрос построения определяющих соотношений за пределом упругости при сложном процессе нагружения. Если отбросить чисто математические задачи, то в описании потери устойчивости за пределом упругости имеются две сложности. Первая – правильно определить напряженно-деформированное состояние до потери устойчивости; вторая – построить соотношения, определяющие связь между приращениями тензора деформаций и

приращением тензора напряжений [4]. Стоит помнить, что расчет оболочек – это трудоемкая инженерная задача, требующая от расчетчика владения основами математического аппарата и программно-вычислительных комплексов.

В современных программных комплексах существует ряд алгоритмов, решающих задачи устойчивости по различным теориям, наиболее современными из которых являются теории устойчивости А.А. Ильюшина и теории устойчивости при сложном нагружении В.Г. Зубчанинова. При этом не существует программ ЭВМ, в полной мере учитывающих особенности сложного нагружения в момент потери устойчивости оболочек за пределом упругости.

Статья 1261 Гражданского кодекса РФ гласит: «Программой для ЭВМ является представленная в объективной форме совокупность данных и команд, предназначенных для функционирования ЭВМ и других компьютерных устройств в целях получения определенного результата, включая подготовительные материалы, полученные в ходе разработки программы для ЭВМ, и порождаемые ею аудиовизуальные отображения».

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Изучение устойчивости тонкостенных упругопластических систем при сложном напряженном состоянии и нагружении приводит к появлению новых теоретических и экспериментальных данных, которые имеют большое значение для разработки эффективных методов инженерного расчета сооружений [5–16].

Исследование устойчивости реальных конструкций затрудняется сложным характером процесса нагружения, поскольку сами определяющие соотношения для сложных процессов нагружения носят приближенный характер.

В данном случае задача включает две части: теоретическое построение образа процесса докритического нагружения и решение задачи бифуркации, в которой в каждой точке реализуемой траектории сложного докритического напряжения вычисляются значения компонент напряженного состояния и значение модуля вектора напряжений.

В математическом представлении уравнения зависимости напряжений и деформаций при построении образа процесса нагружения принимаются в соответствии с определяющими соотношениями гипотезы компланарности, которые в скоростях имеют вид [17, 18]:

$$\dot{S}_{ij} = N\dot{\mathcal{E}}_{ij} + (d\sigma/dS - N \cos \mathcal{Q}_1) \dot{S} \frac{S_{ij}}{\sigma} \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (1)$$

где \mathcal{Q}_1 – угол сближения; $N, d\sigma/dS$ – определяющие функции процесса деформирования; \dot{S} – скорость изменения длины дуги траектории деформации. Символ с точкой наверху означает дифференцирование по обобщенному параметру времени $\frac{d}{dt} = \frac{d}{dS} \frac{dS}{dt}$.

Определяющие функции пластичности $N, d\sigma/dS$ можно описать аппроксимациями В.Г. Зубчанинова [17–19]:

$$N = 2G_p + [2G - 2G_p] \left(\frac{1 - \cos \mathcal{Q}_1}{2} \right)^p; \quad (2)$$

$$\frac{d\sigma}{dS} = 2G_k - [2G + 2G_k] \left(\frac{1 - \cos \vartheta_1}{2} \right)^q, \quad (3)$$

где G, G_k, G_p – модуль сдвига, касательный и секущий модули сдвига материала соответственно; p, q – материальные параметры аппроксимации, определяемые из экспериментов по плоскому вееру двухзвенных траекторий. Данные аппроксимации были апробированы на плоских многозвенных ломаных и криволинейных траекториях в работах [17–21].

Уравнение (1) в развернутом виде имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{11} &= N \dot{\varepsilon}_{11} + (d\sigma / dS - N \cos \vartheta_1) \frac{\dot{S}}{\sigma} S_{11}; \\ \dot{S}_{12} &= N \dot{\varepsilon}_{12} + (d\sigma / dS - N \cos \vartheta_1) \frac{\dot{S}}{\sigma} S_{12}; \\ \dot{S}_{22} &= N \dot{\varepsilon}_{22} + (d\sigma / dS - N \cos \vartheta_1) \frac{\dot{S}}{\sigma} S_{22}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{(\dot{\varepsilon}_{11}^2 + \dot{\varepsilon}_{22}^2 + \dot{\varepsilon}_{11} \dot{\varepsilon}_{22} + \dot{\varepsilon}_{12}^2)}; \\ \sigma &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11} \sigma_{22} + 3\sigma_{12}^2}. \end{aligned}$$

Если в уравнениях (4) от компонент тензора-девиатора напряжений перейти к компонентам тензора напряжений, то получим [17, 18]:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{11} &= N(2\dot{\varepsilon}_{11} + \dot{\varepsilon}_{22}) + (d\sigma / dS - N \cos \vartheta_1) \dot{S} \sigma_{11} / \sigma; \\ \dot{\sigma}_{22} &= N(2\dot{\varepsilon}_{22} + \dot{\varepsilon}_{11}) + (d\sigma / dS - N \cos \vartheta_1) \dot{S} \sigma_{22} / \sigma; \\ \dot{\sigma}_{12} &= N \dot{\varepsilon}_{12} + (d\sigma / dS - N \cos \vartheta_1) \dot{S} \sigma_{12} / \sigma. \end{aligned} \quad (5)$$

Для определения угла сближения ϑ_1 имеем

$$\dot{\vartheta} = - \left(\frac{\sigma \sin \vartheta_1}{N} - \chi_1 \right), \quad (6)$$

где χ_1 – кривизна траектории.

Уравнения (5) и (6) имеют вид уравнений задачи Коши, которую можно решить методом Рунге – Кутты. Зависимость $\sigma = \Phi(\vartheta) = \Phi(S)$ полагаем универсальной для простого нагружения.

Таким образом, в каждой точке траектории деформаций определяем компоненты напряженного состояния и решаем бифуркационную задачу.

Производить вычисления по данным уравнениям можно очень долго, поэтому метод Рунге – Кутты наиболее часто используется в различных математических пакетах (Maple, Mathcad, Maxima) для упрощения расчета. Именно поэтому задачу бифуркации оболочки с учетом сложного характера деформирования в момент потери устойчивости при сложном докритическом нагружении для траектории в виде окружностей и дуг окружностей было предложено решить на языке программирования Visual Basic for Applications (VBA).

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Программа выполняет расчет на устойчивость цилиндрических оболочек, изготовленных из материалов со сложными механическими свойствами, поэтому ее можно использовать в области строительных сооружений, а также в машиностроении. Решается задача комплексного обоснования применяемой теории устойчивости цилиндрических оболочек с учетом сложного нагружения. Расчет в программе ведется по различным теориям устойчивости с учетом разгрузки материала. Вычисляются также параметры устойчивости при сжатии, кручении и комбинированном нагружении материала.

Расчеты выполнены М.Ю. Александровым для экспериментально реализованных процессов на оболочках из стали 45 [1, 2]. На рис. 1 показана двухзвенная траектория, которая реализуется во время растяжения до заданного процесса при $R = 1,5\%$ на первом звене и последующего выхода на траекторию радиуса R на втором [1, 2].

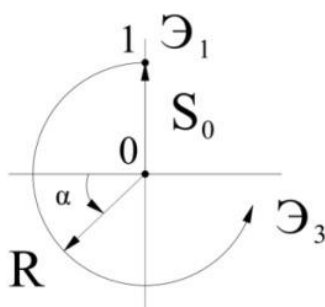


Рис. 1. Траектория деформирования

При выполнении расчета на ЭВМ в качестве исходных данных вводятся описания массивов, значения кривизн траекторий, количество точек, описание коэффициентов диаграммы деформирования, описание нулевой точки (точки излома), окончание описания нулевой точки и вывод результатов по точке излома.

Затем, при переходе на первый участок, задаются итерационный процесс, погрешности, исходные данные для бифуркации. Выполняется расчет начальных условий при нулевом приближении, решается алгебраическое уравнение при чисто пластической бифуркации, определяются промежуточные параметры нулевого приближения, рассчитываются интегралы и решается квадратное уравнение на первом приближении, а также определяются промежуточные параметры первого приближения.

Для второго участка определяется постоянная деформация кручения, задаются исходные данные для бифуркации. После этого выполняется расчет начальных условий в нулевом приближении, решается алгебраическое уравнение при чисто пластической бифуркации, определяются промежуточные параметры нулевого приближения, ведется расчет интегралов и решается квадратное уравнение на первом приближении, а кроме того, как и на первом участке, определяются промежуточные параметры первого приближения.

На рис. 2 представлены диаграммы критических напряжений, которые построены на основе данных, полученных в программе ЭВМ.

Цифрами на графике нумеруются различные кривые, созданные при последовательном переборе параметров p и q уравнений (2), (3).

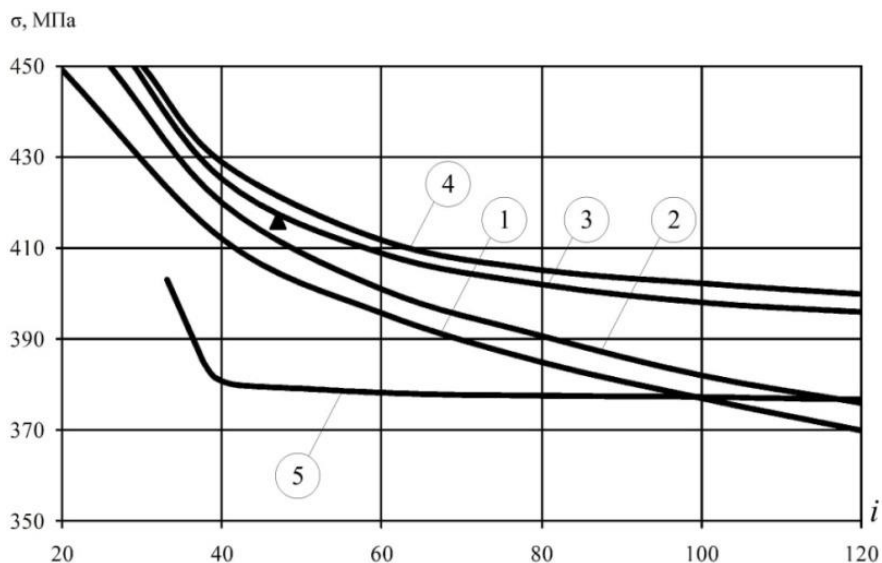


Рис. 2. Графики наименьшей гибкости оболочки

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Квалификация механика определяется главным образом умением отбросить все второстепенное и сделать исследование максимально простым, поскольку математическая сложность постановки не является самоцелью. Именно для этого была разработана данная программа, которая позволяет существенно сократить трудозатраты исследователя, исключить непредвиденные ошибки и повысить уровень автоматизированной обработки экспериментального материала.

Решение задачи имеет большое значение в науке и практике, в том числе может пригодиться специалистам, занимающимся разработкой моделей пластичности, ресурса и надежности конструкций для машиностроительной, авиационной и нефтегазовой отраслей промышленности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Охлопков Н.Л., Соколов С.А., Черемных С.В. О решении задачи бифуркации оболочки при сложном нагружении // *Вестник Тверского государственного технического университета*. Тверь: ТвГТУ, 2014. № 1 (25). С. 35–40.
2. Охлопков Н.Л., Соколов С.А., Черемных С.В. Решение задачи бифуркации цилиндрической оболочки с учетом сложного характера деформирования в момент потери устойчивости при сложном докритическом нагружении // *Известия МГТУ «МАМИ». Серия 3. Естественные науки*. 2013. № 1 (15). Т. 3. С. 96–100.
3. Охлопков Н.Л., Черемных С.В. Устойчивость тонкостенных упругопластических конструкций при реализации процессов сложного комбинированного деформирования // *Известия МГТУ «МАМИ». Серия 3. Естественные науки*. 2013. № 2 (24). Т. 4. С. 109–114.
4. Васин Р.А. Об экспериментальной аттестации базовых гипотез и моделей теории пластичности // *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. 2011. № 4. Ч. 4. С. 1415–1417.

5. Hart E.L., Hudramovich V.S. Application of the Projection-iterative Scheme of the Method of Local Variations to Solving Stability Problems for Thin-walled Shell Structures Under Localized Actions. *Strength of Materials*. 2018. Vol. 50. No. 6, pp. 852–858.
6. Jasion P., Magnucki K. Theoretical Investigation of the Strength and Stability of Special Pseudo-spherical Shells Under External Pressure. *Thin-Walled Structures*. 2015. Vol. 93, pp. 88–93.
7. Kolosov G.I. Prediction of Instability of Equilibrium States of Compressed Composite Cylindrical Shells Under Power Perturbations. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2015. Vol. 44. No. 5, pp. 428–433.
8. Kovalchuk P.S., Pelykh V.A., Kruk L.A. Stability of Composite Cylindrical Shells with Added Mass Interacting with the Internal Fluid Flow. *International Applied Mechanics*. 2014. Vol. 50, pp. 566–574.
9. Lukankin S.A., Paimushin V.N., Kholmogorov S.A. Non-classical Forms of Loss Stability of Cylindrical Shells Joined by a Stiffening Ring for Certain Forms of Loading. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2014. Vol. 78. No. 4, pp. 395–408.
10. Mazharimousavi S.H., Halilsoy M., Amen S.N.H. Stability of Spherically Symmetric Timelike Thin-shells in General Relativity with a Variable Equation-of-state. *International Journal of Modern Physics d*. 2017. Vol. 26. No. 14, 1750158.
11. Ning W.B., Wang D.Z., Zhang J.G. Dynamics and Stability of a Cylindrical Shell Subjected to Annular Flow Including Temperature Effects. *Archive of Applied Mechanics (Ingenieur-Archiv)*. 2016. Vol. 86. No. 4, pp. 643–656.
12. Podvornyi A.V., Trach V.M., Semenyuk N.P. Stability of Inhomogeneous Cylindrical Shells under Distributed External Pressure in a Three-dimensional Statement. *International Applied Mechanics*. 2017. Vol. 53. No. 6, pp. 623–638.
13. H. Shen, J. Wen, D. Yu, B. Yuan, X. Wen. Stability of Fluid-conveying Periodic Shells on an Elastic Foundation with External Loads. *Journal of Fluids and Structures*. 2014. Vol. 46, pp. 134–148.
14. Sofiyev A.Y. On the Solution of the Dynamic Stability of Heterogeneous Orthotropic Viscoelastic Cylindrical Shells. *Composite Structures*. 2018. Vol. 206, pp. 124–130.
15. Tomczyk B., Szczerba P.A. A New Asymptotic-tolerance Model of Dynamic and Stability Problems for Longitudinally Graded Cylindrical Shells. *Composite Structures*. 2018. Vol. 202, pp. 453–481.
16. Van Dung D., Nga N.T., Vuong P.M. Nonlinear Stability Analysis of Stiffened Functionally Graded Material Sandwich Cylindrical Shells with General Sigmoid Law and Power Law in Thermal Environment Using Third-order Shear Deformation Theory. *Journal of Sandwich Structures and Materials*. 2019. Vol. 21. No. 3, pp. 938–972.
17. Охлопков Н.Л., Соколов С.А., Черемных С.В. О границах раздела зон упругой разгрузки и пластической догрузки материала в решении задачи устойчивости круговой цилиндрической оболочки при простых докритических процессах // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. Орел: Госуниверситет УНПК, 2012. № 6-2 (296). С. 8–13.
18. Охлопков Н.Л., Черемных С.В. О предельных поверхностях критических напряжений и деформаций материала в решении задачи устойчивости круговой цилиндрической оболочки при простых процессах // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. Орел: Госуниверситет УНПК. 2012. № 5 (295). С. 30–36.

19. Cheremnykh S., Zubchaninov V., Gulyaev V. Deformation of Cylindrical Shells of Steel 45 Under Complex Loading. *XXII Int. Scientific Conf. «Construction the Formation of Living Environment» (FORM-2019)*. Vol. 97, pp. 1–8. DOI: 10.1051/e3sconf/20199704025.
20. Cheremnykh S., Kuzhin M. Solution of the Problem of Stability of 40X Steel Shell: Modelling and Methods of Structural Analysis. *Journal of Physics: Conf. Series. – IOP Publishing, 2020.* – Vol. 1425. 012191. DOI: 10/1088/17425/1/012191.
21. Cheremnykh S.V., Skudalov, P.O. SN-EVM Unit for Experimental Studies of Stability in Circular Cylindrical Shells Under Combined Loading: Materials Science and Engineering International Scientific Conference Interstroyemeh – 2019. *IOP Conference Series, 2020.* Vol. 786. 012011. DOI: 10.1088/1757-899X/786/1/012011.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ЧЕРЕМНЫХ Степан Валерьевич – старший преподаватель кафедры конструкций и сооружений, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», 170026, г. Тверь, наб. Аф. Никитина, д. 22. E-mail: cheremnykh_s.v@mail.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Черемных С.В. Решение задачи устойчивости при сложном нагружении для траекторий в виде окружностей и дуг окружностей в программе для ЭВМ // Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии». 2021. № 1 (9). С. 41–49.

SOLVING THE PROBLEM OF STABILITY UNDER COMPLEX LOADING FOR TRAJECTORIES IN THE FORM OF CIRCLES AND ARCS OF CIRCLES IN A COMPUTER PROGRAM

S.V. Cheremnykh

Tver State Technical University (Tver)

Abstract. Discusses the impact of the complexity of loading at the bifurcation at the critical parameters of stress and strain in the implementation of complex processes pre-critical deformation of a circular cylindrical shell in the coordinate plane $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3$. The equations of the relationship between stresses and strains in the construction of the image of the loading process are accepted in accordance with the defining relations of the coplanarity hypothesis [1–3]. The material parameters p and q of the approximations of the determining plasticity functions in the theoretical construction of the image of the loading process are taken according to the principle of the best approximation to the experimental data. Proposed innovative methods to solve stability problems under complex loading trajectories of circles and circular arcs in the direction of structural mechanics and solid mechanics implemented in the developed computer program.

Keywords: computer program, stability, bifurcation, shell, complex loading, trajectory, tension, deformation.

REFERENCES

1. Ohlopkov N.L., Sokolov S.A., Cheremnykh S.V. On Solving the Problem of Shell Bifurcation Under Complex Loading. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta*. Tver: TvGTU, 2014. No. 1 (25), pp. 35–40. (In Russian).
2. Ohlopkov N.L., Sokolov S.A., Cheremnykh S.V. Solution of the Problem of Bifurcation of a Cylindrical Shell Taking Into Account the Complex Nature of Deformation at the Moment of Loss of Stability Under Complex Subcritical Loading. *Izvestiya MGTU «MAMI». Seriya 3. Estestvennienauki*. 2013. No. 1 (15). No. 3, pp. 96–100. (In Russian).
3. Ohlopkov N.L., Cheremnykh S.V. Stability of Thin-walled Elastic-plastic Structures in the Implementation of Complex Combined Deformation Processes. *Izvestiya MGTU «MAMI». Seriya 3. Estestvennie nauki*. 2013. No. 2 (24). No. 4, pp. 109–114. (In Russian).
4. Vasin R.A. Experimental certification of basic hypotheses and models of plasticity theory. *Vestnik Nijegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo*. 2011. No. 4, pp. 1415–1417. (In Russian).
5. Hart E.L., Hudramovich V.S. Application of the Projection-iterative Scheme of the Method of Local Variations to Solving Stability Problems for Thin-walled Shell Structures Under Localized Actions. *Strength of Materials*. 2018. Vol. 50. No. 6, pp. 852–858.
6. Jasion P., Magnucki K. Theoretical Investigation of the Strength and Stability of Special Pseudo-spherical Shells Under External Pressure. *Thin-Walled Structures*. 2015. Vol. 93, pp. 88–93.
7. Kolosov G.I. Prediction of Instability of Equilibrium States of Compressed Composite Cylindrical Shells Under Power Perturbations. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2015. Vol. 44. No. 5, pp. 428–433.
8. Kovalchuk P.S., Pelykh V.A., Kruk L.A. Stability of Composite Cylindrical Shells with Added Mass Interacting with the Internal Fluid Flow. *International Applied Mechanics*. 2014. Vol. 50, pp. 566–574.
9. Lukankin S.A., Paimushin V.N., Kholmogorov S.A. Non-classical Forms of Loss Stability of Cylindrical Shells Joined by a Stiffening Ring for Certain Forms of Loading . *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2014. Vol. 78. No. 4, pp. 395–408.
10. Mazharimousavi S.H., Halilsoy M., Amen S.N.H. Stability of Spherically Symmetric Timelike Thin-shells in General Relativity with a Variable Equation-of-state. *International Journal of Modern Physics*. 2017. Vol. 26. No. 14, 1750158.
11. Ning W.B., Wang D.Z., Zhang J.G. Dynamics and Stability of a Cylindrical Shell Subjected to Annular Flow Including Temperature Effects. *Archive of Applied Mechanics (Ingenieur-Archiv)*. 2016. Vol. 86. No. 4, pp. 643–656.
12. Podvornyi A.V., Trach V.M., Semenyuk N.P. Stability of Inhomogeneous Cylindrical Shells Under Distributed External Pressure in a Three-dimensional Statement. *International Applied Mechanics*. 2017. Vol. 53. No. 6, pp. 623–638.
13. Stability of Fluid-conveying Periodic Shells on an Elastic Foundation with External Loads / H. Shen [et al.]. *Journal of Fluids and Structures*. 2014. Vol. 46, pp. 134–148.
14. Sofiyev A.Y. On the Solution of the Dynamic Stability of Heterogeneous Orthotropic Visco-elastic Cylindrical Shells. *Composite Structures*. 2018. Vol. 206, pp. 124–130.

15. Tomczyk B., Szczerba P.A. A New Asymptotic-tolerance Model of Dynamic and Stability Problems for Longitudinally Graded Cylindrical Shells. *Composite Structures*. 2018. Vol. 202, pp. 453–481.
16. Van Dung D., Nga N.T., Vuong P.M. Nonlinear Stability Analysis of Stiffened Functionally Graded Material Sandwich Cylindrical Shells with General Sigmoid Law and Power Law in Thermal Environment Using Third-order Shear Deformation Theory. *Journal of Sandwich Structures and Materials*. 2019. Vol. 21. No. 3, pp. 938–972.
17. Ohlopkov N.L., Sokolov S.A., Cheremnykh S.V. On the Boundaries Between Zones of Elastic Unloading and Plastic Loading of a Material in Solving the Problem of Stability of a Circular Cylindrical Shell in Simple Subcritical Processes. *Fundamentalnie i Prikladnie problemi Tehniki i Tehnologii*. Orel: Gosuniversitet UNPK, 2012. No. 6-2 (296), pp. 8–13. (In Russian).
18. Ohlopkov N.L., Cheremnykh S.V. On the Limiting Surfaces of Critical Stresses and Deformations of a Material in Solving the Problem of Stability of a Circular Cylindrical Shell in Simple Processes. *Fundamentalnie i Prikladnie Problemi Tehniki i Tehnologii*. Orel: Gosuniversitet UNPK, 2012. No. 5 (295), pp. 30–36. (In Russian).
19. Cheremnykh S., Zubchaninov V., Gulyaev V. Deformation of Cylindrical Shells of Steel 45 under Complex Loading. *XXII Int. Scientific Conf. «Construction the Formation of Living Environment» (FORM-2019)*. Vol. 97, pp. 1–8. DOI: 10.1051/e3sconf/20199704025.
20. Cheremnykh S., Kuzhin M. Solution of the Problem of Stability of 40X Steel Shell: Modelling and Methods of Structural Analysis. *Journal of Physics: Conf. Series. IOP Publishing*, 2020. Vol. 1425. 012191. DOI: 10/1088/17425/1/012191.
21. Cheremnykh S.V., Skudalov P.O. SN-EVM Unit for Experimental Studies of Stability in Circular Cylindrical Shells Under Combined Loading: Materials Science and Engineering International Scientific Conference Interstroyemeh – 2019. *IOP Conference Series*. 2020. Vol. 786. 012011. DOI: 10.1088/1757-899X/786/1/012011.

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

CHEREMNYKH Stepan Valerievich – Senior Lecturer of the Department of Constructions and Structures, Tver State Technical University, 22, embankment Af. Nikitin, Tver, 170026, Russia. E-mail: stepan_1986@bk.ru

CITATION FOR AN ARTICLE

Cheremnykh S.V. Solving the Problem of Stability Under Complex Loading for Trajectories in the Form of Circles and Arcs of Circles in a Computer Program // *Vestnik of Tver State Technical University. Series «Building. Electrical Engineering and Chemical Technology»*. 2021. No 1 (9), pp. 41–49.