

## РАССЕЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОТОКА В ТРАНСФОРМАТОРАХ

*И.П. Попов**Курганский государственный университет (г. Курган)*

© Попов И.П., 2020

**Аннотация.** Существующие методы не позволяют измерять реактивные сопротивления рассеяния для каждой обмотки трансформатора в отдельности, поэтому часто для простоты полагают их равными друг другу. Цель исследования состоит в обосновании возможности экспериментального определения реактивных сопротивлений рассеяния для каждой обмотки трансформатора в отдельности, которое может быть выполнено по крайней мере тремя экспериментальными методами, дающими удовлетворительное совпадение результатов. Почти парадоксальный результат – емкостный характер сопротивления рассеяния внутренней обмотки трансформатора получен лишь для концентрических цилиндрических обмоток. Обобщать его на другие типы обмоток не следует. Представленные экспериментальные методы не привязаны к характеру реактивности сопротивлений рассеяния. Они являются универсальными – их можно использовать при любых типах обмоток. Полученные результаты рекомендуется использовать при проектировании и исследовании трансформаторов.

**Ключевые слова:** трансформатор, обмотка, рассеяние, индуктивность, емкостность, потокосцепление, магнитный поток.

DOI: 10.46573/2658-7459-2020-4-81-88

## ВВЕДЕНИЕ

Суммарное реактивное сопротивление рассеяния трансформатора с концентрическими цилиндрическими обмотками

$$x = \frac{\omega \mu_0 \pi D w^2}{l} \left( \frac{a_1}{3} + a_0 + \frac{a_2}{3} \right), \quad (1)$$

где  $\omega$  – циклическая частота тока;  $\mu_0$  – постоянная магнитная;  $D$  – средний диаметр обмотки;  $w$  – число витков (приведенное);  $l$  – высота обмотки;  $a_0$  – зазор между катушками;  $a_1, a_2$  – толщины катушек.

Существующие методы не позволяют измерять реактивные сопротивления рассеяния для каждой обмотки в отдельности, поэтому часто для простоты полагают их равными половине от полученных в выражении (1). В действительности, применительно к рассматриваемому случаю, они существенно не равны.

Потокосцепление внешней обмотки

$$\Psi_2 = \frac{\mu_0 \pi D}{l} \left( \int_0^{a_1} w_2 i \frac{w_1}{a_1} x dx + \int_0^{a_0} w_2 i w_2 dx + \int_0^{a_2} \frac{w_2}{a_2} x \frac{w_2}{a_2} x dx \right) = \frac{i \mu_0 \pi D w^2}{l} \left( \frac{a_1}{2} + a_0 + \frac{a_2}{3} \right),$$

где  $i$  – приведенный ток;  $w_1 = w_2 = w$  (индексы показаны для наглядности интегрирования). Отсюда реактивное сопротивление рассеяния внешней обмотки

$$x_2 = \frac{\omega\mu_0\pi Dw^2}{l} \left( \frac{a_1}{2} + a_0 + \frac{a_2}{3} \right). \quad (2)$$

Вычитание его из формулы (1) дает реактивное сопротивление рассеяния внутренней обмотки

$$x_1 = -\frac{\omega\mu_0\pi Dw^2 a_1}{l \cdot 6}. \quad (3)$$

К такому результату пришел Е.Г. Марквардт, однако из-за отсутствия экспериментальной проверки признания он не получил.

Знак «-» в выражении (3) указывает на два обстоятельства:

1) внутренняя обмотка поглощает магнитный поток [1–5] в большей степени, чем рассеивает (рассеивает свой, поглощает от внешней обмотки);

2) ее (эквивалентное) реактивное сопротивление рассеяния является емкостным.

Из (2) и (3) следует, что

$$L_2 = \frac{\mu_0\pi Dw^2}{l} \left( \frac{a_1}{2} + a_0 + \frac{a_2}{3} \right); \quad (4)$$

$$C_1 = \frac{6l}{\omega^2\mu_0\pi Dw^2 a_1}. \quad (5)$$

*Цель исследования* состоит в обосновании возможности экспериментального определения реактивных сопротивлений рассеяния для каждой обмотки в отдельности и в частности верификации выражений (2)–(5). *Актуальность работы* обусловлена повсеместным распространением трансформаторов.

С экспериментальным определением активных сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$  обмоток нет никаких проблем.

Реактивное сопротивление рассеяния любой обмотки можно определить из формулы

$$x = \sqrt{z^2 - r^2}.$$

Полное сопротивление  $z$ , казалось бы, можно определить в соответствии с законом Ома для участка цепи. Однако при коротком замыкании, при котором принято измерять реактивное сопротивление рассеяния, напряжение на вторичной обмотке равно нулю. По этой причине не следует разделять измерения рассеяния обмоток.

Вместе с тем проблему можно решить несколькими способами. Это является *основной задачей работы*.

## МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В процессе исследования применялись общенаучные и математизированные методы, а также электротехнические расчеты.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

### Высокоточный метод холостого хода

Из схемы замещения трансформатора (рис. 1) следует, что приведенное напряжение на вторичной обмотке

$$U'_2 = U_0 = I_0 z_0.$$

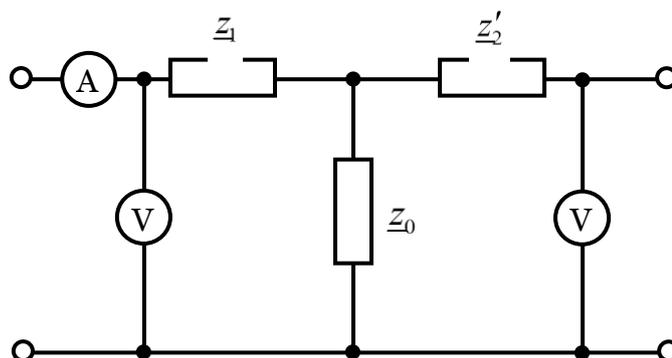


Рис. 1. Схема замещения трансформатора

Отсюда следует, что

$$\overset{\square}{U}_{z_1} = \overset{\square}{U}_1 - \overset{\square}{U}_0 = \overset{\square}{U}_1 - \overset{\square}{U}'_2 = \overset{\square}{I}_1 \overset{\square}{z}_1; \quad \overset{\square}{z}_1 = \frac{\overset{\square}{U}_1 - \overset{\square}{U}'_2}{\overset{\square}{I}_1}.$$

Из обратимости трансформатора вытекает, что

$$\overset{\square}{z}'_2 = \frac{\overset{\square}{U}'_2 - \overset{\square}{U}_1}{\overset{\square}{I}'_2}.$$

Здесь и далее верхний левый индекс «2» указывает, что величина получена во втором (обратимом) эксперименте.

*Пример 1.* Определить сопротивления рассеяния для трансформатора ОСМ-1,00.

Измеренные с высокой точностью величины:  $\overset{\square}{U}_1 = 219,138 \text{ В}$ ;  $\overset{\square}{U}'_2 = 219,054e^{j0,23^\circ} \text{ В}$ ;  
 $\overset{\square}{I}_1 = 0,819e^{-j80,12^\circ} \text{ А}$ ;  $\overset{\square}{U}'_2 = 218,825 \text{ В}$ ;  $\overset{\square}{U}_1 = 218,343e^{j0,02^\circ} \text{ В}$ ;  $\overset{\square}{I}'_2 = 0,817e^{-j80,32^\circ} \text{ А}$ .

$$\overset{\square}{z}_1 = \frac{\overset{\square}{U}_1 - \overset{\square}{U}'_2}{\overset{\square}{I}_1} = \frac{219,138 - 219,054e^{j0,23^\circ}}{0,819e^{-j80,12^\circ}} = 1,075e^{-j4,33^\circ} \text{ Ом};$$

$$r_1 = 1,072 \text{ Ом}; \quad x_1 = -0,081 \text{ Ом}; \quad C_1 = -\frac{1}{2\pi f x_1} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 0,081} = 0,039 \text{ Ф};$$

$$\overset{\square}{z}'_2 = \frac{\overset{\square}{U}'_2 - \overset{\square}{U}_1}{\overset{\square}{I}'_2} = \frac{218,825 - 218,343e^{j0,02^\circ}}{0,817e^{-j80,32^\circ}} = 0,601e^{j69,39^\circ} \text{ Ом};$$

$$r'_2 = 0,211 \text{ Ом}; \quad x'_2 = 0,562 \text{ Ом};$$

$$L'_2 = \frac{x'_2}{2\pi f} = \frac{0,562}{2\pi \cdot 50} = 1,790 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}.$$

### Высокоточный метод короткого замыкания

Из схемы замещения трансформатора следует, что

$$\overset{\square}{U}_0 = \overset{\square}{I}_0 \overset{\square}{z}_0 = \overset{\square}{I}'_2 \overset{\square}{z}'_2; \quad \overset{\square}{z}_0 = \frac{\overset{\square}{I}'_2}{\overset{\square}{I}_0} \overset{\square}{z}'_2.$$

Полное сопротивление при коротком замыкании:

$$\overset{\square}{z} = \overset{\square}{z}_1 + \frac{\overset{\square}{z}_0 \overset{\square}{z}'_2}{\overset{\square}{z}_0 + \overset{\square}{z}'_2} = \overset{\square}{z}_1 + \frac{\overset{\square}{I}'_2 / \overset{\square}{I}_0 \overset{\square}{z}'_2}{\overset{\square}{I}'_2 / \overset{\square}{I}_0 \overset{\square}{z}'_2 + \overset{\square}{z}'_2} = \overset{\square}{z}_1 + \frac{\overset{\square}{I}'_2}{\overset{\square}{I}'_2 + \overset{\square}{I}_0} \overset{\square}{z}'_2 = \overset{\square}{z}_1 + \frac{\overset{\square}{I}'_2}{\overset{\square}{I}'_2 + \overset{\square}{I}_1 - \overset{\square}{I}'_2} \overset{\square}{z}'_2 = \overset{\square}{z}_1 + \frac{\overset{\square}{I}'_2}{\overset{\square}{I}_1} \overset{\square}{z}'_2;$$

$$\overset{\square}{z} = \frac{\overset{\square}{U}_1}{\overset{\square}{I}_1} = \overset{\square}{z}_1 + \frac{\overset{\square}{I}'_2}{\overset{\square}{I}_1} \overset{\square}{z}'_2.$$

Отсюда следует, что

$$\overset{\square}{z}_1 = \frac{\overset{\square}{U}_1}{\overset{\square}{I}_1} - \frac{\overset{\square}{I}'_2}{\overset{\square}{I}_1} \overset{\square}{z}'_2.$$

Из обратимости трансформатора вытекает, что

$$\begin{aligned} \underline{z}'_2 &= \frac{{}^2U'_2}{{}^2I'_2} - \frac{{}^2I_1}{{}^2I'_2} \underline{z}_1; & \underline{z}_1 &= \frac{U_1}{I_1} - \frac{I'_2}{I_1} \left( \frac{{}^2U'_2}{{}^2I'_2} - \frac{{}^2I_1}{{}^2I'_2} \underline{z}_1 \right) = \frac{U_1}{I_1} - \frac{I'_2}{{}^2I'_2} \frac{{}^2U'_2}{I_1} + \frac{I'_2}{{}^2I'_2} \frac{{}^2I_1}{{}^2I'_2} \underline{z}_1; \\ & & \underline{z}_1 & \left( 1 - \frac{I'_2}{{}^2I'_2} \frac{{}^2I_1}{{}^2I'_2} \right) = \frac{U_1}{I_1} - \frac{I'_2}{{}^2I'_2} \frac{{}^2U'_2}{I_1}; & \underline{z}_1 &= \frac{U_1}{{}^2I'_2} \frac{{}^2I'_2 - {}^2U'_2 I'_2}{{}^2I'_2 - I'_2 {}^2I_1}. \end{aligned}$$

Из обратимости трансформатора следует, что

$$\underline{z}'_2 = \frac{{}^2U'_2 I_1 - U_1 {}^2I_1}{{}^2I'_2 - I'_2 {}^2I_1}.$$

*Пример 2.* Трансформатор ОСМ-1,00. Измеренные с высокой точностью величины:

$$\begin{aligned} U_1 &= 5,513 \text{ В}; & I_1 &= 4,025 e^{-j20,50^\circ} \text{ А}; & I'_2 &= 4,016 e^{-j20,48^\circ} \text{ А}; & {}^2U'_2 &= 5,572 \text{ В}; & {}^2I'_2 &= 4,061 e^{j20,71^\circ} \text{ А}; \\ {}^2I_1 &= 5,660 e^{-j19,29^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

$$\underline{z}_1 = \frac{U_1 {}^2I'_2 - {}^2U'_2 I'_2}{{}^2I'_2 - I'_2 {}^2I_1} = \frac{5,513 \cdot 4,061 e^{j20,71^\circ} - 5,572 \cdot 4,016 e^{-j20,48^\circ}}{4,025 e^{-j20,50^\circ} \cdot 4,061 e^{j20,71^\circ} - 4,016 e^{-j20,48^\circ} \cdot 5,660 e^{-j19,29^\circ}} = 1,072 e^{-j4,29^\circ} \text{ Ом};$$

$$r_1 = 1,069 \text{ Ом}; \quad x_1 = -0,080 \text{ Ом};$$

$$\underline{z}'_2 = \frac{{}^2U'_2 I_1 - U_1 {}^2I_1}{{}^2I'_2 - I'_2 {}^2I_1} = \frac{5,572 \cdot 4,025 e^{-j20,50^\circ} - 5,513 \cdot 5,660 e^{-j19,29^\circ}}{4,025 e^{-j20,50^\circ} \cdot 4,061 e^{j20,71^\circ} - 4,016 e^{-j20,48^\circ} \cdot 5,660 e^{-j19,29^\circ}} = 0,597 e^{j69,42^\circ} \text{ Ом};$$

$$r'_2 = 0,210 \text{ Ом}; \quad x'_2 = 0,559 \text{ Ом}.$$

### Приближенный метод короткого замыкания при последовательном соединении

У двух идентичных трансформаторов последовательно соединяются как первичные, так и вторичные обмотки. В результате схема принимает вид, представленный на рис. 2.

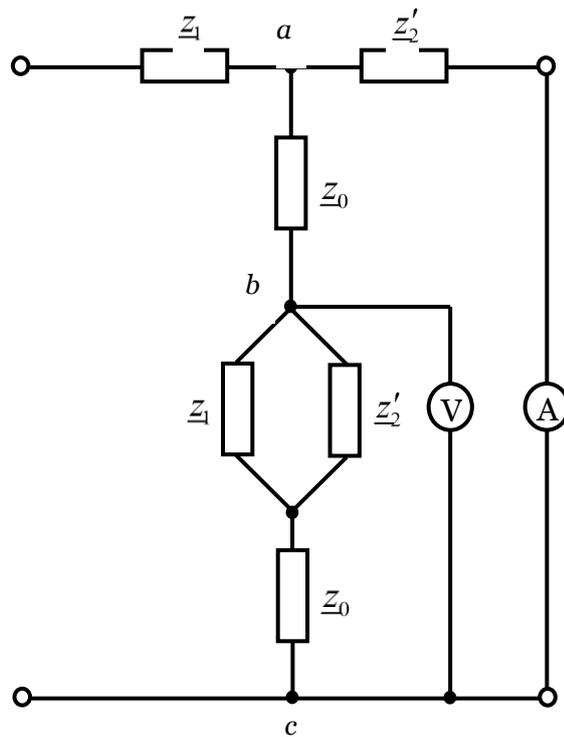


Рис. 2. Схема замещения  
для последовательного соединения

Ввиду того, что величины  $z_1$  и  $z_2$  значительно меньше  $z_0$ , справедливо соотношение

$$U_{bc} \approx 0,5U_{ac}.$$

Учитывая, что  $U_{ac} = U_{z_2}$ :

$$z_2 = \frac{2U_{bc}}{I_2'}.$$

Величины  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $x_k = x_1 + x_2$  определяются известными экспериментальными методами:

$$x_2 = \sqrt{z_2'^2 - r_2'^2}; \quad x_1 = x_k - x_2.$$

Кроме того, последний результат может быть получен с использованием обратимости трансформатора:

$$z_1 = \frac{2^2 U_{bc}}{2 I_1'}; \quad x_1 = \sqrt{z_1'^2 - r_1'^2}.$$

*Пример 3.* Два идентичных трансформатора ОСМ-1,00 соединены по схеме в соответствии с рис. 2. Измеренные величины:  $U_{bc} = 1,2$  В;  $I_2' = 3,9$  А;  $r_1 = 1,1$  Ом;  $r_2' = 0,2$  Ом;  $x_k = 0,52$  Ом.

$$z_2' = \frac{2U_{bc}}{I_2'} = \frac{2 \cdot 1,2}{3,9} = 0,62 \text{ (Ом);}$$

$$x_2' = \sqrt{z_2'^2 - r_2'^2} = \sqrt{0,62^2 - 0,2^2} = 0,59 \text{ (Ом);}$$

$$x_1 = x_k - x_2' = 0,52 - 0,59 = -0,07 \text{ (Ом).}$$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Реактивное сопротивление рассеяния каждой обмотки трансформатора в отдельности может быть определено по крайней мере тремя экспериментальными методами, дающими удовлетворительное совпадение результатов.

Почти парадоксальный результат – емкостный характер сопротивления рассеяния внутренней обмотки получен лишь для концентрических цилиндрических обмоток. Обобщать его на другие типы обмоток не следует. Этот результат не является беспрецедентным [6–10]. Индуктивная электрическая машина – синхронный компенсатор в перевозбужденном состоянии тоже имеет емкостный характер.

Представленные экспериментальные методы не привязаны к характеру реактивности сопротивлений рассеяния. Они являются универсальными: их можно применять при любых типах обмоток.

Полученные результаты рекомендуется использовать при проектировании и исследовании трансформаторов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов И.П. Дуально-инверсный аналог силы Ампера для магнитопровода с изменяющимся магнитным потоком, находящегося в электрическом поле // *Вестник Курганского государственного университета. Естественные науки*. Вып. 2. 2009. № 1 (15). С. 51–52.
2. Попов И.П. Комбинированные векторы и магнитный заряд // *Прикладная физика и математика*. 2018. № 6. С. 12–20. DOI: 10.25791/pfim.06.2018.329.
3. Попов И.П. Математическое моделирование формального аналога электромагнитного поля // *Прикладная математика и вопросы управления*. 2016. № 4. С. 36–60.
4. Попов И.П. Построение модели квазиэлектромагнитного поля. Часть 2 // *Вестник Курганского государственного университета. Естественные науки*. Вып. 9. 2016. № 4 (43). С. 73–79.
5. Попов И.П. Амплитудно-частотные особенности режимов нагрузки синхронной электрической машины // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии»*. 2020. № 2 (6). С. 49–56.
6. Попов И.П. Математическая модель искусственной электрической емкости для снижения пиковой нагрузки маневрового тепловоза // *Прикладная математика и вопросы управления*. 2019. № 3. С. 57–64. DOI: 10.15593/2499-9873/2019.3.03.
7. Попов И.П. Установление частной функциональной зависимости между емкостью и массой // *Вестник Курганского государственного университета. Естественные науки*. Вып. 4. 2011. № 2 (21). С. 85–87.
8. Попов И.П., Попов Д.П., Кубарева С.Ю. Реактивность термодпары // *Вестник Курганского государственного университета. Естественные науки*. Вып. 6. 2013. № 3 (30). С. 47–48.
9. Попов И.П., Сарапулов Ф.Н., Сарапулов С.Ф. О емкостных и индуктивных свойствах электромеханических преобразователей // *Вестник Курганского государственного университета. Технические науки*. Вып. 6. 2011. № 1 (20). С. 102–103.
10. Попов И.П., Попов Д.П., Кубарева С.Ю. Вращательное инертно-емкостное зарядно-разрядное устройство // *Вестник Курганского государственного университета. Технические науки*. Вып. 7. 2012. № 2 (24). С. 85–86.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

*ПОПОВ Игорь Павлович* – ст. преподаватель кафедры технологии машиностроения, металлорежущих станков и инструментов, ФГБОУ ВО «Курганский государственный университет», 640020, г. Курган, ул. Советская, д. 63/4.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Попов И.П. Рассеяние магнитного потока в трансформаторах // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Строительство. Электротехника и химические технологии»*. 2020. № 4 (8). С. 81–88.

---

# MAGNETIC FLUX SCATTERING IN TRANSFORMERS

*I.P. Popov*

*Kurgan State University (Kurgan)*

**Abstract.** Existing methods do not allow measuring leakage reactance for each transformer winding separately, therefore, for simplicity, they are often assumed to be equal to each other. The purpose of the study is to substantiate the possibility of experimental determination of leakage reactance for each transformer winding separately. The dissipation reactance of each transformer winding separately can be determined by at least three experimental methods that give satisfactory agreement of the results. An almost paradoxical result – the capacitive nature of the leakage resistance of the inner winding of the transformer was obtained only for concentric cylindrical windings. It should not be generalized to other types of windings. The presented experimental methods are not tied to the character of the leakage resistance reactivity. They are universal - they can be used with any type of winding. The results obtained are recommended for use in the design and study of transformers.

**Keywords:** transformer, winding, dissipation, inductance, capacitance, flux linkage, magnetic flux.

## REFERENCES

1. Popov I.P. A dual-inverse analogue of the Ampere force for a magnetic circuit with a changing magnetic flux in an electric field. *Vestnik Kurganskogo gosudarstvennogo universiteta. Yestestvennyye nauki*. Iss. 2. 2009. No. 1 (15), pp. 51, 52. (In Russian).
2. Popov I.P. Combined vectors and magnetic charge. *Prikladnaya fizika i matematika*. 2018. No. 6. pp. 12–20. DOI: 10.25791/pfim.06.2018.329. (In Russian).
3. Popov I.P. Mathematical modeling of the formal analogue of the electromagnetic field. *Prikladnaya matematika i voprosy upravleniya*. 2016. No. 4, pp. 36–60. (In Russian).
4. Popov I.P. Building a model of a quasi-electromagnetic field. Part 2. *Vestnik Kurganskogo gosudarstvennogo universiteta. Yestestvennyye nauki*. Iss. 9. 2016. No. 4 (43), pp. 73–79. (In Russian).
5. Popov I.P. Amplitude-frequency features of the load modes of a synchronous electric machine. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya «Stroitel'stvo. Elektrotehnika i khimicheskiye tekhnologii»*. 2020. No. 2 (6), pp. 49–56. (In Russian).
6. Popov I.P. Mathematical model of artificial electric capacity to reduce the peak load of a shunting locomotive. *Prikladnaya matematika i voprosy upravleniya*. 2019. No. 3, pp. 57–64. DOI: 10.15593/2499-9873/2019.3.03. (In Russian).
7. Popov I.P. Establishment of a particular functional relationship between capacity and mass. *Vestnik Kurganskogo gosudarstvennogo universiteta. Yestestvennyye nauki*. Iss. 4. 2011. No. 2 (21), pp. 85–87. (In Russian).
8. Popov I.P., Popov D.P., Kubareva S.Yu. Thermocouple reactivity. *Vestnik Kurganskogo gosudarstvennogo universiteta. Yestestvennyye nauki*. Iss. 6. 2013. No. 3 (30), pp. 47, 48. (In Russian).
9. Popov I.P., Sarapulov F.N., Sarapulov S.F. On the capacitive and inductive properties of electromechanical converters. *Vestnik Kurganskogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskiye nauki*. Iss. 6. 2011. No. 1 (20), pp. 102, 103. (In Russian).
10. Popov I.P., Popov D.P., Kubareva S.Yu. Rotary Inert Capacitive Charger. *Vestnik Kurganskogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskiye nauki*. Iss. 7. 2012. No. 2 (24), pp. 85, 86. (In Russian).

## INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

*POPOV Igor Pavlovich* – Senior Lecturer of the Department of Technology of Mechanical Engineering, Machine Tools and Instruments, Kurgan State University, 640020, 63/4, Sovetskaja, Kurgan, Russian Federation.

**CITATION FOR AN ARTICLE**

Popov I.P. Magnetic flux scattering in transformers // Vestnik of Tver State Technical University. Series «Building. Electrical engineering and chemical technology». 2020. No. 4 (8), pp. 81–88.